



## 저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학박사 학위논문

부유식 해양구조물의 2차  
유체동역학적 응답에 대한  
통계 해석 및 설계파 기법 연구

**Study on Statistical Analysis and Design Wave  
Method for Second-Order Hydrodynamic  
Responses of Floating Offshore Structures**

2019년 2월

서울대학교 대학원

조선해양공학과

임 동 현

## 초 록

본 연구에서는 부유식 해양구조물의 비선형 유체동역학적 응답의 통계적 특성을 파악하고, 이를 바탕으로 보다 효율적인 설계 하중 추정 프로시저를 제시하고자 하였다. 이를 위하여 첫 번째로, 극한 환경조건에서의 비선형 유체동역학적 응답을 2차의 포텐셜 유동으로 근사하여 통계적 해석을 수행하였다. 부유식 해양구조물의 대표적인 비선형 유체동역학적 응답인 플랫폼의 저주파 표류운동, TLP(tension leg platform)의 고주파 스프링잉 응답 및 플랫폼 주변에서의 비선형파는 모두 2차의 포텐셜 유동 이론으로 상당 부분 근사가 가능하며, 보다 이상적인 경우 2차의 볼테라 급수(Volterra series)로 표현할 수 있다. 본 연구에서는 위의 세 유체동역학적 응답을 2차의 볼테라 급수로 이상화하고, 이 때의 통계적 특성을 고유치 해석 기법과 Hermite-moment 방법을 적용하여 해석하였다.

두 번째로, 계류선의 장력에 매우 큰 영향을 미치는 플랫폼의 저주파 표류운동의 극한값을 효율적으로 계산하기 위한 설계파 해석기법을 개발하였다. 저주파 표류운동은 파 표류 감쇠력 및 점성항력으로 인한 감쇠력 등 비선형 감쇠력과 계류선에 의한 비선형 복원력 등으로 인하여, 2차의 볼테라 급수로 이상화한 결과에 다소 오차가 발생한다. 따라서 정확한 극한값 해석을 위해서는 시간영역에서의 플랫폼-계류선 연성해석이 필수적이다.

그러나 장주기의 저주파 표류운동의 특성 상 수렴된 통계 분포를 얻기 위해서는 매우 긴 시간 동안의 해석이 필요하다. 본 연구에서는 저주파 표류운동의 극한값 계산을 효율화하기 위하여, 1차의 유체동역학적 응답에 주로 국한되어있는 설계파 해석 기법을 2차의 응답으로 확장할 수 있는 방법을 제시하였다. 이를 위하여 2차의 볼테라 급수의 극한값 주변에서의 평균 프로파일을 유도하고, Most-likely extreme response 기법을 도입하여 설계파를 생성하였다. 그리고 이를 이용한 시간영역 연성해석 결과와 전시간 해석 결과를 비교하여 제시된 설계파 해석 기법의 정확도를 검증하였다.

마지막으로, 수많은 해석 조건에 대하여 플랫폼의 변위 및 계류선의 장력의 극한값을 추정하기 위한 설계 해석 프로시저를 제시하였다. 제시된 프로시저는 주파수영역에서의 비연성·준정적 해석을 통한 해석 조건의 사전선별(prescreening), 선별된 해석 조건에 대한 설계파 해석, 전시간 해석을 통한 최종 설계 하중 산정의 세 단계로 구성된다. 프로시저의 효용성을 검토하기 위하여 Walker Ridge 해역의 metocean data를 바탕으로 반잠수식(semi-submersible) 플랫폼 모델에 대해 프로시저를 적용하여 계류선의 설계 하중을 산정하였으며, 위험 환경조건의 특성을 분석하였다.

주요어: 부유식 해양구조물 운동해석, 플랫폼-계류선 연성해석, 비선형 응답의 통계 해석, 설계파 해석, 설계 해석 프로시저

학번: 2012-21068



# 목 차

<b>1. 서론 .....</b>	<b>1</b>
1.1 연구 배경 .....	1
1.2 기존 연구 .....	6
1.2.1 2차 유체동역학적 응답에 대한 통계 해석 .....	6
1.2.2 비선형 극한응답 추정을 위한 설계파 해석 .....	12
1.3 연구 목표 및 주요 연구 내용 .....	17
<b>2. 배경 이론 .....</b>	<b>20</b>
2.1 유체동역학적 응답의 결정론적 해석 .....	20
2.1.1 포텐셜 유동의 주파수영역 해석 .....	20
2.1.2 시간영역에서의 플랫폼-계류선 연성해석 .....	35
2.2 유체동역학적 응답의 확률론적 해석 .....	44
2.2.1 2차의 볼테라 급수에 대한 고유치해석 .....	44
2.2.2 에르미트 모멘트 기법 .....	52
2.3 극한 비선형 응답에 대한 설계파 해석 .....	59
<b>3. 2차의 유체동역학적 응답에 대한 통계해석 .....</b>	<b>64</b>
3.1 반잠수식 플랫폼의 저주파 표류운동 .....	64
3.1.1 계산 모델 및 주파수영역 해석 결과 .....	64
3.1.2 저주파 표류운동에 대한 통계해석 .....	69
3.2 TLP의 상하동요 운동응답 .....	80

3.2.1	계산 모델 및 주파수영역 해석 결과.....	80
3.2.2	TLP의 상하동요 운동응답에 대한 통계해석.....	82
3.2.3	TLP의 텐던 및 라이저의 피로 하중 산정.....	87
3.3	TLP 주변에서의 비선형파.....	91
3.3.1	계산 모델 및 주파수영역 해석 결과.....	93
3.3.2	환경 조건.....	99
3.3.3	입사파의 방향분포성에 따른 비선형파의 통계해석...101	
3.3.4	TLP의 Set-down을 고려한 상대파고의 통계해석 .....	107
<b>4.</b>	<b>극한 저주파 표류운동에 대한 설계파 해석 .....</b>	<b>113</b>
4.1	기본 개념 및 가정.....	113
4.2	설계파의 생성 방법.....	118
4.3	FORM 기법과의 비교 .....	127
4.4	설계파를 이용한 비선형 극한응답 해석.....	132
<b>5.</b>	<b>부유식 해양구조물의 설계 해석 프로시저 .....</b>	<b>137</b>
5.1	동적 응답 해석 프로시저 제안.....	137
5.2	프로시저 적용 예시.....	147
<b>6.</b>	<b>결론 및 향후 연구.....</b>	<b>157</b>
6.1	결론.....	157
6.2	향후 연구.....	163
	<b>참고문헌 .....</b>	<b>165</b>

## 포 목 차

Table 2.1 Coefficients of the fitting polynomials in Eq. (2.89).....	54
Table 3.1 Principal particulars of the semi-submersible platform.....	65
Table 3.2 Mooring system specification for semi-submersible model.....	65
Table 3.3 Spectral bandwidths in the test condition for the slow-drift motion.....	71
Table 3.4 Comparison of statistical moments of the difference-frequency wave load and the linearized slow-drift surge motion .....	73
Table 3.5 Comparison of skewness and kurtosis of the slow-drift motion from different dynamic systems.....	77
Table 3.6 Principal particulars of the TLP model.....	81
Table 3.7 Characteristics of heave motion of the TLP under various sea states (kurtosis, spectral bandwidth) .....	83
Table 3.8 Test cases for the statistical analysis of heave motion of TLP .....	84
Table 3.9 Environmental conditions for statistical analysis of nonlinear waves .....	100
Table 3.10 Test conditions for directional spreading functions ( $\delta$ : angle between two incident directions in bimodal cases) .....	100
Table 3.11 Statistical moments of the wave elevation at the 5 reference points .....	105
Table 3.12 Wave crest value of exceedance probability of $10^{-3}$ and the ratio of diffraction/radiation component and the second-order component.....	105
Table 3.13 Ratio of the wave crest value at exceedance probability of $10^{-3}$ in the short-crested cases compared to the long-crested case.....	107
Table 3.14 Correlation between the surge motion and the wave elevation .	109
Table 3.15 Test results for the effect of set-down on the extreme wave crest .....	112



Table 4.1 Probability of the maximum nonlinear slow-drift motion occurring at the instants of the first 4 largest peaks in the linearized slow-drift motion .....	116
Table 4.2 Comparison test results of the full-length simulation and the design wave analysis (inside parentheses: ratio to the full-length simulation result).....	136
Table 5.1 Metocean data of Walker Ridge in GoM (wave data) .....	149
Table 5.2 Metocean data of Walker Ridge in GoM (wind & current data) .	149
Table 5.3 Top 10 critical environmental conditions in terms of maximum offset.....	151
Table 5.4 Comparison of the design wave analysis and the full-length simulations on the 50%-percentile of maximum responses .....	155

## 그 립 목 차

Fig. 2.1 Coordinate system for wave-body interaction problem .....	21
Fig. 2.2 Plan view of the coordinate systems for time-domain analysis .....	37
Fig. 2.3 Coordinate system and differential segment of mooring line .....	40
Fig. 2.4 Visual explanation of New wave model.....	60
Fig. 3.1 Geometry of the semi-submersible platform and the mooring lines	65
Fig. 3.2 Static restoring force curve in surge- direction .....	66
Fig. 3.3 Linear motion RAOs of the semi-submersible platform in surge and heave modes .....	67
Fig. 3.4 Difference frequency wave exciting force QTF (left) and the wave- drift damping QTF (right) of the semi-submersible platform in surge- direction ( $R$ : column radius).....	67
Fig. 3.5 Slow-drift surge motion QTF of the semi-submersible platform ( $R$ : column radius).....	69
Fig. 3.6 Incident wave spectrum of the test condition for the slow-drift motion .....	70
Fig. 3.7 Response spectra of the difference-frequency wave exciting force (left) and the slow-drift surge motion (right) .....	71
Fig. 3.8 Time series of the difference-frequency wave load (upper) and the slow-drift surge motion (lower) .....	73
Fig. 3.9 Sampling variability of statistical moments of the difference- frequency wave load (left) and the linearized slow-drift motion (right) calculated from 3-hour time series (error bar: 95% confidence interval)	74
Fig. 3.10 PDF of the difference-frequency wave exciting force .....	75
Fig. 3.11 PDF (left) and upcrossing rate (right) of the slow-drift motion in Case 1 (linearized dynamic system) .....	76

Fig. 3.12 PDF (left) and upcrossing rate (right) of the slow-drift motion in Case 2 (time-varying wave-drift damping included) .....	78
Fig. 3.13 PDF (left) and upcrossing rate (right) of the slow-drift motion in Case 3 (fully-coupled platform-mooring line analysis).....	78
Fig. 3.14 Panel model of the TLP .....	81
Fig. 3.15 Linear heave motion RAO (left) and the sum-frequency heave motion QTF (right) of the TLP model ( $R$ : column radius).....	82
Fig. 3.16 PDF of linear and sum-frequency combined heave motion of TLP in Case 1 (left: normal scale, right: log scale) .....	85
Fig. 3.17 Exceedance probability distribution of peak value of linear and sum-frequency combined heave motion of TLP in Case 1.....	85
Fig. 3.18 PDF of linear and sum-frequency combined heave motion of TLP in Case 2 (left: normal scale, right: log scale) .....	86
Fig. 3.19 Exceedance probability distribution of peak value of linear and sum-frequency combined heave motion of TLP in Case 2.....	87
Fig. 3.20 Relative fatigue damage rate on the center riser of TLP (left: Case 1, right: Case 2, error bar: 95% confidence interval) .....	89
Fig. 3.21 Example of wave elevation time series (marked points: wave crests) .....	92
Fig. 3.22 Reference points and the principal wave direction .....	93
Fig. 3.23 Linear wave elevation RAO at the 5 reference points including all 1st-order components for incident waves at $0^\circ$ .....	95
Fig. 3.24 Linear wave elevation RAO at the 5 reference points without the radiated wave component for incident waves at $0^\circ$ .....	95
Fig. 3.25 Unidirectional QTFs of the sum-frequency wave elevation at $P_2$ (left), $P_4$ (middle) and $P_5$ (right) for incident waves at $0^\circ$ ( $R$ : column radius).....	96

Fig. 3.26 Unidirectional QTFs of the difference-frequency wave elevation at $P_2$ (left), $P_4$ (middle) and $P_5$ (right) for incident waves at $0^\circ$ ( $R$ : column radius).....	96
Fig. 3.27 Linear surge motion RAO of the TLP for incident waves at $0^\circ$ .....	98
Fig. 3.28 Unidirectional QTF of the difference-frequency wave load in surge direction (left), and the slow-drift surge motion QTFs of $L=500\text{m}$ (middle) and $L=1500\text{m}$ (right) for incident waves at $0^\circ$ ( $R$ : column radius) .....	98
Fig. 3.29 Wave spectra of 100-year and 1000-year sea states .....	100
Fig. 3.30 Directional wave spectra for Case 1 (SC-1 to SC-4 from upper left to lower right).....	101
Fig. 3.31 PDF of wave elevation (left) and the wave crest distribution (right) at $P_4$ in Case 1, SC-2 .....	102
Fig. 3.32 Linear (left) and second-order (right) wave crest distributions at the 5 reference points for Case 1, LC.....	104
Fig. 3.33 Linear (left) and second-order (right) wave crest distributions at the 5 reference points for Case 2, LC.....	104
Fig. 3.34 Wave crest distribution at $P_2$ for Case 1 (left) and Case 2 (right) with different directional spreading functions.....	106
Fig. 3.35 Wave crest distribution at $P_5$ for Case 1 (left) and Case 2 (right) with different directional spreading functions.....	106
Fig. 3.36 Surge motion (left) and set-down (right) of the platform in Case 3 (long-crested, tendon length: 1500m) .....	109
Fig. 3.37 PDF (left) and the wave crest distribution (right) of relative wave elevation at $P_2$ in Case 3, LC (tendon length: 1500m) .....	111
Fig. 3.38 Wave crest distributions including set-down under the test conditions .....	112

Fig. 4.1 3-hour time series of linearized and nonlinear slow-drift motions of the semi-submersible platform under the same incident waves .....	116
Fig. 4.2 Test for memory effect in developing an extreme peak in the nonlinear slow-drift motion.....	117
Fig. 4.3 Flow chart for the overall procedure of the design wave analysis.	118
Fig. 4.4 Examples from the conditioning of the extreme response amplitude ( $x_p = 58.0\text{m}$ , $t_0 = 600.0\text{s}$ ).....	122
Fig. 4.5 Comparison between $x_{\text{ML}}(t)$ and the average profile of samples ( $x_p = 58.0\text{m}$ , $t_0 = 600.0\text{s}$ ) .....	125
Fig. 4.6 Samples from the conditioning of the Most-likely response profile with the correlation threshold of 0.95 (left) and 0.98 (right) ( $x_p = 66.2\text{m}$ , $t_0 = 450.0\text{s}$ ) .....	126
Fig. 4.7 Design wave episodes from FORM analysis ( $t_0=450.0\text{s}$ , $x_p=66.2\text{m}$ ) .....	130
Fig. 4.8 Comparison of wave spectrums (original vs. FORM result) .....	130
Fig. 4.9 Comparison of design waves by FORM under two different sea states with constant spectral density ratio .....	130
Fig. 4.10 CDFs of the 4.5-hour maximum slow-drift motions.....	133
Fig. 4.11 Design wave (upper left) generated under damping ratio of 0.20, and the linearized slow-drift motions under 3 different damping ratios induced by the same design wave ( $t_0=450.0\text{s}$ , $x_p=50\%$ -percentile of 4.5h-maximum) .....	134
Fig. 4.12 Comparison test results of the full-length simulation and the design wave analysis (error bar: 95% confidence interval) .....	136
Fig. 5.1 Diagram of the current industrial practices of the dynamic analysis procedure for floating offshore structures (API-RP-2SK) .....	138
Fig. 5.2 Flow diagram of the suggested procedure for the dynamic analysis of	

floating offshore structures.....	142
Fig. 5.3 Flow diagram of the de-coupled frequency-domain analysis in the suggested dynamic analysis procedure.....	143
Fig. 5.4 Definition of coordinate system and the layout of the mooring lines .....	147
Fig. 5.5 Walker Ridge in Gulf of Mexico (referenced from OBSIP website) .....	148
Fig. 5.6 De-coupled frequency-domain analysis result for 8,704 environmental conditions (diamond: mean offset, square: maximum offset) .....	150
Fig. 5.7 Examples of design waves (left: 50-year wave, right: 100-year wave) .....	152
Fig. 5.8 Transient region test for steady wind and current loads.....	153
Fig. 5.9 Maximum horizontal offset (upper) and the maximum mooring line tension (lower) estimated by the design wave analysis in the prescreened environmental conditions .....	154
Fig. 5.10 Example time series of the platform sway motion (upper) and the tension in line 11 (lower) in the most extreme environmental condition .....	156



# 1. 서론

## 1.1 연구 배경

심해 유전 및 가스전 개발은 천문학적인 금액이 투입되는 대규모 사업으로, 이에 사용되는 부유식 해양구조물의 사고는 막대한 피해를 야기할 수 있다. 특히 플랫폼 및 계류시스템에서 발생하는 사고는 2차, 3차 사고로 이어질 가능성이 매우 높으며, 자칫 인명 피해까지 발생할 수 있는 중대한 사고이다. 따라서 플랫폼과 계류시스템의 안전한 설계를 위한 연구가 과거부터 활발하게 수행되어 왔으며, 선급 및 국제해사기구에서는 설계 하중 추정을 위한 가이드라인 등을 제시하고 있다. 그러나 이러한 노력에도 불구하고 해양구조물 관련 사고는 끊이지 않고 발생하고 있다. Ma et al.(2013)에 따르면 2002년부터 2011년까지 20건 이상의 계류선 관련 사고가 보고되었으며, 이 중 8건은 다수의 계류선 손상으로 인해 플랫폼의 과대 변위가 발생, 라이저(riser)의 손상까지 이어진 큰 사고이다. 또한 상부 플랫폼에서의 사고 역시 최근까지도 지속적으로 보고되고 있는 상황이다(HSE, 2017). 이에 따라 최근 업계에서는 설계 조건을 1,000년 이상의 주기로 상향 조정하거나, 새로운 설계 하중 추정 기법이 개발되는 등 설계 단계에서부터 사고를 줄이기 위한 노력을 적극적으로 기울이고 있다.

플랫폼과 계류선의 설계 하중 추정은 곧 유체동역학적(hydrodynamic) 하중과 응답의 극한값을 예측하는 작업으로



귀결된다. 이를 위해서는 부유식 해양구조물과 유체의 상호작용을 다루는 결정론적 해석과, 환경 하중 및 응답의 임의성을 고려하기 위한 확률론적 해석이 요구된다. 그러나 이러한 해석은 다음과 같은 요소들로 인해 상당한 어려움을 안고 있다. 첫째로, 극한 환경조건에서의 부유식 해양구조물의 유체동역학적 응답이 갖는 강한 비선형성을 들 수 있다. 극한 환경조건에서는 유체에 의한 외력을 선형 하중으로 근사할 수 없으며, 플랫폼과 계류선으로 이루어진 동적 시스템 역시 비선형 감쇠력과 복원력으로 인해 강한 비선형성을 내재하고 있다. 이러한 비선형성을 결정론적 해석에 고려하기 위해서는 시간영역에서의 플랫폼-계류선 연성해석 또는 CFD(computational fluid dynamics) 해석이 수행되어야 하며, 이는 곧 높은 계산 비용을 야기한다.

둘째로, 극한 환경조건에서의 유체동역학적 응답은 그 통계적 특성이 정규분포를 따르지 않는다. 이는 입사파(incident wave) 및 파랑하중의 비정규분포적 특성과 더불어, 동적 시스템의 비선형성으로부터 기인한 것으로, 선형 유체동역학적 응답과의 가장 큰 차이 중 하나이다. 따라서 응답의 정확한 통계 분포를 파악하여 극한값을 예측하기 위해서는 다수의 반복 해석이 요구되며, 이는 또 다시 계산 비용의 증가를 가져오게 된다. 마지막으로, 수십 년에 걸친 해양구조물의 운영 기간으로 인해 고려해야 하는 환경조건 및 운영조건의 수가 시간영역 해석으로는 다룰 수 없을 정도로 많은 것이 설계 하중 추정을 어렵게 하는 세 번째 요소이다. 따라서

효율적인 설계 하중 추정을 위해서는 수 많은 조건 중 위험 해석조건을 파악하고, 선별된 환경조건에 대하여 계산 역량을 집중시킬 수 있도록 하는 해석 프로시저가 요구된다.

한편, 부유식 해양구조물의 유체동역학적 응답을 포텐셜 유동(potential flow) 이론으로 해석하는 경우, 2차의 성분을 해석에 포함시킴으로써 비선형성의 상당 부분을 고려할 수 있는 경우가 많다. 이에 해당되는 대표적인 비선형 응답으로는 플랫폼의 저주파 표류운동(slow-drift motion), TLP(tension leg platform)의 고주파 스프링잉(springing) 운동, 플랫폼 주변에서의 비선형파(nonlinear wave) 등이 있다. 저주파 표류운동은 계류된 부유식 플랫폼이 극한 환경조건에서 보이는 수평방향의 공진 운동을 의미한다. 이는 고유진동수가 매우 낮고 감쇠력이 작은 특성으로 인해 플랫폼의 수평방향 변위의 매우 큰 비율을 차지하며, 계류선 및 라이저의 극한 하중에 큰 영향을 미치기에 매우 중요한 성분으로 여겨진다. 저주파 표류운동을 일으키는 주요 기진력은 파랑하중의 2차 차주파수(difference-frequency) 성분으로, 따라서 2차의 포텐셜 유동 이론을 기반으로 저주파 표류운동을 해석하는 연구가 많이 진행되어왔다. 이와 반대로, TLP의 고주파 스프링잉 운동은 2차의 합주파수(sum-frequency) 성분이 일으키는 수직 방향의 공진응답을 의미한다. 이는 텐던(tendon)의 피로 하중을 산정하는 데 있어 매우 중요한 성분으로, 마찬가지로 2차의 포텐셜 유동 이론으로 스프링잉 운동을 예측하는 연구가 다수 수행되었다. 플랫폼의 air-gap 산정에

있어 매우 중요한 극한 비선형과 역시 2차의 성분을 고려하여 비선형 성분을 해석하기 위한 연구가 활발히 진행되었다. 극한 해상상태에서는 파도의 비선형 성분이 선형성분의 20%를 상회할 정도로 강한 비선형성을 나타낸다. 그러나 이 차이의 상당 부분이 파도의 2차 성분을 고려함으로써 해소되는 것이 다수의 논문에서 확인된 바 있다.

이렇듯, 비선형 유체동역학적 응답의 결정론적 해석을 위해 2차의 포텐셜 유동 이론을 적용하는 것은 수많은 연구를 통해 그 정확도와 효용성을 인정받고 있다. 그러나 앞서 언급하였듯이, 유체동역학적 하중 및 응답의 극한값을 계산하기 위해서는 임의성을 고려한 확률론적 해석, 혹은 통계적 해석이 병행되어야 한다. 비정규분포적 특성을 가지는 2차의 유체동역학적 응답에 대한 통계적 해석은 1970년대부터 꾸준히 다루어진 연구주제이다. 그러나 응답의 종류에 따라 여전히 추가적인 연구를 필요로 하는 부분이 다수 존재한다. 특히 극한 응답 혹은 피로 하중을 예측하기 위해 필요한 극댓값의 분포에 대한 연구는 다소 부족한 상황이며, 속도 포텐셜에 의한 비선형성 이외의 비선형 성분이 존재하는 경우에 대한 연구도 추가적인 수행이 필요하다.

일반적으로 유체동역학적 응답의 극한값 추정은 결정론적 해석의 결과에 대한 확률론적 해석의 순서로 이루어지게 된다. 그러나 결정론적 해석과 확률론적 해석을 함께 아우르는 비선형 극한응답 예측 방법으로, 설계파(design wave) 해석 기법이 있다. 설계파

해석은 확률론적 해석을 결정론적 해석으로 치환하는 해석기법으로, 시간영역 해석에 사용되는 입사파에 극한 응답의 통계해석 결과를 내재시킴으로써 짧은 시간의 해석으로 보다 긴 반복주기에 해당하는 극한 응답 추정을 가능하게 한다. 설계파 해석의 기본적인 가정은 동일한 입사파에 대한 선형해석과 비선형해석 결과의 극한값이 동일한 시점에서 발생한다는 것으로, 선형 극한응답을 발생시키는 짧은 시계열의 입사파를 이용하여 비선형 극한응답을 계산하게 된다. 규칙파(regular wave)를 이용하는 초기의 설계파 해석에서 시작하여, 현재까지 다양한 연구를 통해 새로운 설계파 해석 기법들이 제안되어오고 있다. 그러나 대부분의 기법들은 1차의 유체동역학적 응답을 기준으로 개발되어 왔으며, 2차의 응답이 중심이 되는 설계파 해석에 대한 연구는 매우 제한적이다.

이렇듯, 설계 하중 추정의 정확도 및 효율성을 개선하고자 하는 요소 기술에 대한 많은 연구가 수행되었음에도 추가적인 연구 및 기법의 고도화가 필요한 상황이다. 특히 2차의 비선형 유체동역학적 응답의 통계적 해석 및 이를 결정론적 해석과 연계하는 설계파 해석에 대한 연구는 부유식 해양구조물 및 계류선의 설계 하중 추정 과정을 보다 용이하게 할 수 있을 것으로 판단된다.

## 1.2 기존 연구

### 1.2.1 2차 유체동역학적 응답에 대한 통계 해석

2차의 유체동역학적 응답이 갖는 비정규분포적 특성을 해석하기 위한 시도는 고유치(eigenvalue) 해석 기법이 도입된 1970년대부터 본격적으로 이루어지기 시작했다. 고유치 해석 기법은 2차의 유체동역학적 응답을 2차의 볼테라 급수(Volterra series)로 이상화할 수 있다는 가정에서 출발한다. 볼테라 급수는 시간불변(time-invariant) 비선형 동적 시스템의 출력 시계열에 대한 수학적 모델링 기법으로, 2차의 볼테라 급수는 1차 및 2차의 볼테라 커널(kernel)과 입력 시계열의 컨볼루션(convolution) 적분으로 구성된다. 2차 볼테라 급수의 통계 해석을 위한 고유치 해석 기법은 통신 분야에서 먼저 개발되었다. Kac & Siegert(1947)는 정규분포를 따르는 시계열의 자기상관함수(autocorrelation function)를 이용한 고유치 해석을 통해 해당 시계열의 제곱의 적분값이 갖는 확률밀도함수를 해석적으로 유도하였으며, 이는 Bedrosian & Rice(1971)을 통해 보다 일반적인 2차의 볼테라 급수에 대한 연구로 확장되었다.

고유치 해석 기법을 처음으로 해양유체역학 분야에 도입한 것은 Neal(1974)의 연구일 것이다. Neal은 고유치 해석 기법을 이용하여 2차의 볼테라 급수로 표현된 유체동역학적 응답을 정상정규과정(stationary normal process)으로 전개하고, 이를 통해 응답의 특성함수(characteristic function)를 해석적으로 계산하였다. 또한 그는

자기상관함수와 볼테라 커널을 이용해 시간영역에서 정의되던 고유치 문제를 입사파의 스펙트럼과 응답의 주파수영역 전달함수로 표현하는 방법을 제시하여, 주파수영역 해석 결과를 곧 바로 고유치 해석에 이용할 수 있도록 하였다. 이후, Naess(1986)는 주파수영역에서 정의된 고유치 문제의 행렬이 에르미트 행렬(Hermitian matrix)이 되도록 수식을 수정하고, 이를 바탕으로 2차원 실린더에 작용하는 2차의 차주파수 파랑하중 및 저주파 좌우동요(sway) 운동의 확률밀도함수를 계산하였다. 이 밖에도 Naess(1989)는 1차의 응답과 혼재하는 저주파 표류운동에 대한 고유치 해석을 통해 저주파 표류운동의 극한값에 대한 1차 성분과의 연성 효과를 알아보았으며, Naess & Ness(1992), Winterstein et al.(1994) 및 Kim & Kim(2015)은 TLP의 스프링잉 응답에 대하여 고유치 해석 기법을 적용하였다. 특히 Naess & Ness(1992)는 단일방향(unidirectional) 문제에 대해서만 정의되던 고유치 문제를 다중방향(multidirectional) 문제, 즉 short-crested sea에 대한 문제로 확장한 식을 유도한 바 있다.

볼테라 급수로 표현하기 어려운 일반적인 비정규분포 응답에 대한 통계해석 기법으로는 모멘트(moment) 기반의 기법들이 존재한다. 이는 응답의 통계적 모멘트를 이용하여 확률밀도함수의 근사함수를 계산하는 기법으로, 근사함수의 미정계수를 응답의 모멘트를 통해 추정하는 방식으로 이루어진다. 대표적인 모멘트 기반 기법으로는 Gram-Charlier 급수 기법이 있다. Gram-Charlier

기법에서는 응답의 확률밀도함수와 정규분포의 확률밀도함수의 비를 에르미트 다항식(Hermite polynomial)으로 전개하고, 에르미트 다항식의 직교성(orthogonality)을 이용하여 미정계수와 모멘트의 관계식을 유도한다. Crandall(1980)은 Gram-Charlier 기법을 이용하여 비선형 동적 시스템으로부터 출력되는 응답의 확률분포를 해석하였으며, Ochi(1986)는 계측을 통해 얻은 비선형과의 확률분포를 Gram-Charlier 기법을 통해 계산한 결과와 비교하는 연구를 수행하였다. 그러나 Gram-Charlier 기법에서는 확률밀도함수 자체에 대한 근사가 이루어지기 때문에, 음수가 나오거나 변곡점이 많은 다소 이상한 모양의 확률밀도함수가 계산되는 경우가 발생할 수 있다. 이는 특히 확률분포가 정규분포에서 멀어질수록 발생 가능성이 높아, 적용 가능한 왜도(skewness) 및 첨도(kurtosis)의 범위가 제한적이라는 한계를 지닌다.

Winterstein(1988)은 Gram-Charlier 기법의 이러한 문제를 해결하기 위한 방법으로 에르미트 모멘트(Hermite-moment) 기법을 제시하였다. 에르미트 모멘트 기법은 Gram-Charlier 기법과 달리 확률밀도함수에 대한 근사식을 다루지 않는다. 대신, 확률분포를 구하고자 하는 비정규분포 응답을 표준정규분포 변수로 치환하는 단조증가의 사상함수(mapping function)를 정의하고, 이를 에르미트 다항식으로 전개하여 미정계수를 응답의 모멘트로 추정하는 방식으로 이루어진다. 최종적인 확률밀도함수는 사상함수로 표현된 두 변수 사이의 관계식으로부터 계산되기 때문에, 이상한 모양을 갖는

확률밀도함수가 나타나지 않는다는 장점이 있다. 에르미트 모멘트 기법의 또 다른 장점은 비정규분포 응답의 상향교차율(upcrossing rate) 및 극한값의 분포를 정규분포 변수의 특성을 이용해 간단하게 계산할 수 있다는 것이다. Winterstein(1988)은 이를 이용하여 비정규분포 변수의 극한응답 분포 및 협대역(narrow-banded) 응답의 피로하중 산정 방법을 제시하였으며, 이후 Winterstein et al.(1994)은 TLP의 저주파 표류운동의 극한응답 및 스프링잉 응답에 의한 피로하중 해석에 해당 기법을 적용한 바 있다. 특히 Winterstein et al.(1994)의 연구는 사상함수의 미정계수 추정에 필요한 응답의 모멘트를 고유치 해석을 통해 계산함으로써, 앞서 언급한 고유치 해석 기법과 에르미트 모멘트 기법을 연결하였다는 의미가 있다. 그러나 위 연구는 선형화된 동적 시스템만을 다루었다는 한계가 있으며, 피로하중 해석 역시 협대역 가정에 의해 다소 정확도가 떨어지는 현상을 나타내었다.

이 밖에도 비정규분포 응답의 통계해석 기법으로 최대엔트로피(maximum entropy) 기법(Sobczyk & Trebicki, 1990; Pandey & Ariaratnam, 1996), L-모멘트 기법(Hosking, 1990; Izadparast & Niedzwecki, 2009; Najafian, 2010) 등이 전통적인 모멘트 기법의 표본(sampling) 변동성을 개선하고자 제시되었다. 그러나 Winterstein & MacKenzie(2013)는 서로 다른 기법들의 비교를 통해 L-모멘트 기법이 극한응답 추정에 있어 가장 중요한 확률분포의 꼬리(tail) 부분에 대한 정확도가 다소 낮은 것을 보인 바 있으며,



최대엔트로피 기법의 경우 침도가 3.0보다 큰 비선형 연화(softening) 문제에 대하여 적용이 어려운 점을 지적하였다. 이상을 고려할 때, 에르미트 모멘트 기법은 현존하는 모멘트 기반 기법 중 가장 정확하고 안정적인 근사해를 주는 기법으로 판단할 수 있다.

한편, 비선형파의 통계 해석에 대한 연구는 시계열로부터의 추출 결과를 직접 분석하는 방식으로 수행된 경우가 많다. 대표적으로 Forristall(2000)의 연구에서는 Sharma & Dean(1981)의 2차 비선형파 이론을 바탕으로 한 시뮬레이션 결과를 실제 해상에서의 방대한 계측 결과와 비교하여 해당 이론의 유효성을 검증하고, 시뮬레이션 결과를 바탕으로 2차 비선형 입사파의 파정(wave crest)의 확률분포에 대한 경험식을 제시하였다. 이는 통상 Forristall 분포로 불리며, Jacket 플랫폼과 같이 파의 회절(diffraction) 및 방사(radiation) 성분을 무시할 수 있는 얇은 구조물의 air-gap 산정을 위해 널리 사용되고 있다. 이후 Toffoli et al.(2006)은 유사한 시뮬레이션을 통해 다양한 모양의 방향분포함수(directional spreading function)가 입사파의 파정 분포에 미치는 영향을 살펴보았다. 파의 회절성분을 고려한 통계해석에 대한 연구는 Sweetman & Winterstein(2003)에 의해 수행된 바 있다. 위 연구에서는 반잠수식(semi-submersible) 플랫폼 주변의 비선형파에 대한 통계해석을 입사파의 2차성분과 회절파의 1차성분을 고려하여 수행하였으며, 고유치 해석기법과 에르미트 모멘트 기법을 적용하여 확률분포를 해석적으로 계산하였다. 그러나 회절파 및 방사파에 의한 2차 비선형 성분까지 고려한 통계해석에

대한 연구는 다소 부족한 것으로 파악되고 있다.

TLP의 경우에는 air-gap을 산정함에 있어 플랫폼의 수평방향 표류운동에 의해 유도되는 수직방향 침수에 대한 고려가 필요하며, 이를 플랫폼의 set-down이라고 통칭한다. Set-down은 수평방향과 수직방향 운동성분의 비선형 연성효과에서 기인한 것으로, 수평방향 변위의 제곱에 근사적으로 비례하기 때문에 표류운동이 큰 극한 해상상태일수록 그 중요성이 커진다(Demirbilek, 1990). 그러나 파정과 set-down의 최댓값을 각각 계산하여 더한 값을 이용해 air-gap을 산정하는 것은 다소 보수적인 설계로 이어질 수 있으며, 정확한 고려를 위해서는 set-down을 포함한 상대파(relative wave)에 대하여 통계해석을 수행해야 한다. 이에 대한 대표적인 연구는 Low(2010)에 의해 수행된 연구를 들 수 있다. 위 연구에서는 주파수영역 전달함수를 이용해 set-down을 포함한 상대파의 상향교차율을 계산할 수 있는 방법을 제시하였으며, 진폭이 보다 큰 저주파 표류운동 성분보다도 파주파수(wave-frequency) 운동성분에 의한 set-down이 상대파고를 증가시키는 주요 요인이 될 수 있음을 지적하였다. 그러나 Low(2010)의 연구는 선형 입사파 성분만을 고려하여 파의 비선형성 및 비정규분포성을 무시하였으며, 저주파 표류운동의 확률모델 역시 정규분포모델을 사용하였다는 한계가 있다. 보다 최근에는 Nam et al.(2017)의 연구에서 모형시험과 수치해석을 통하여 TLP의 저주파 표류운동 및 갑판침수 문제를 해석한 바 있다. 위 연구에서는 TLP의 운동 및 상대파고를

실험적으로 계측하여 set-down 성분의 중요성을 확인하였으며, 파의 회절성분 및 비선형성을 고려하지 않는 경우 상대파고가 매우 과소평가되는 것을 수치해석을 통해 보여주었다.

### 1.2.2 비선형 극한응답 추정을 위한 설계파 해석

설계파 해석은 선박의 비선형 굽힘모멘트를 효율적으로 추정하고자 처음 등장하였다. 극한 조건에서의 선박의 굽힘모멘트는 실제 접수면적의 비선형성, 선체 운동에 의한 비선형성, 슬래밍(slamming) 등 충격하중에 의한 비선형성 등의 비선형 요소들로 인해 정확한 해석을 위해서는 시간영역 해석을 필요로 한다. 설계파 해석은 시간영역 해석을 통해 비선형 극한응답을 추정하는 기법으로, 짧은 시계열의 입사파를 이용한 해석을 통해 보다 긴 반복주기에 해당하는 극한 응답을 계산한다. 이는 선형 극한응답을 일으키는 파가 같은 반복주기에 해당하는 비선형 극한응답 역시 일으킨다는 가정을 통해 이루어진다.

초기의 설계파 해석은 규칙파를 이용하여 수행되었다. 선형응답의 특정 반복주기에 대한 극한값은 주파수영역 해석으로 구한 선형응답의 RAO(response amplitude operator)와 입사파의 스펙트럼을 통해 응답의 분산을 구하기만 하면 정규분포 모델로부터 쉽게 구할 수 있다. 초기의 설계파 해석은 이렇게 구해진 선형 극한응답과 RAO의 최댓값의 비를 진폭으로 하고, RAO의 최고주기(peak

period)를 주기로 하는 규칙 입사파를 이용해 비선형 해석을 수행함으로써 해당 반복주기의 비선형 극한응답을 추정하였다. 그러나 규칙파를 이용한 위와 같은 설계파 해석은 다음과 같은 문제를 안고 있다. 첫째로, 파경사(wave slope)의 물리적 제한인  $1/7$ 을 넘어서는, 매우 가파른 파가 생성될 가능성이 있다. 이는 규칙 설계파를 생성하는 과정에서 파의 물리적 특성이 전혀 고려되지 않기 때문으로, 이러한 파를 이용한 비선형 해석은 그 결과의 신뢰성에 의문이 제기된다. 둘째로, 해상상태의 스펙트럼에 대한 정보가 전혀 고려되지 못하는 문제가 있다. 입사파의 스펙트럼은 선형응답의 분산을 계산하는 데에 사용될 뿐 설계파 해석에서는 고려되지 않으므로, 선형응답의 분산이 같은 해상상태에 대해서는 모두 같은 비선형 극한응답이 예측되는 문제가 발생한다. 마지막으로, 매우 드물게 발생하는 극한응답을 반복적인 규칙파를 통해 모델링 한다는 점 역시 기법의 신뢰도를 낮추는 요인이 된다.

규칙파를 이용한 전통적인 설계파 해석기법의 이러한 문제점을 해결하기 위하여, 1990년대부터 불규칙 설계파 기법에 대한 연구가 수행되기 시작하였다. 초기 불규칙 설계파 기법의 대표적 모델로는 Tromans et al.(1991)이 제시한 New wave 모델이 있다. New wave 모델은 불규칙파의 시계열이 특정 시점에서 특정 극댓값을 갖는 무수히 많은 경우의 평균적인 프로파일(profile)을 의미한다. Tromans et al.(1991)은 이러한 평균 프로파일을 수학적으로 유도하고, 극댓값이 커질수록 극댓값 주변에서의 분산값이 작아지는 것을

확인하였다. 즉, 불규칙 입사파가 극한의 극댓값을 가질 때의 평균적인 모양을 유도하였으며, 이를 New wave로 명명하고 설계파로 사용할 것을 제시하였다. 이후 Friis Hansen & Nielson(1995)은 극댓값 주변에서의 주기를 설정 가능하도록 수정된 New wave 모델을 제시하였으며, Taylor et al.(1997)은 New wave의 임의성을 보다 개선한 Constrained New wave 모델을 제시한 바 있다.

그러나 New wave 모델은 설계파의 생성단계에서 응답의 특성을 고려하지 않고 오직 입사파만을 다루므로, 동적 효과(dynamic effect)가 작은 문제에 대해서만 적용 가능한 한계가 있다. 이를 개선하여 불규칙 설계파의 생성에 응답의 특성을 고려한 연구는 Adegeest et al.(1998)의 연구를 최초로 볼 수 있다. Adegeest et al.(1998)은 New wave의 개념을 선형응답에 적용하여 선형 극한응답의 평균 프로파일을 유도하고, 이를 발생시키는 불규칙 입사파를 비선형 해석에 사용하도록 제안하였다. 이를 통상적으로 ‘Most-likely extreme response’ 기법으로 일컫는다.

응답의 특성을 고려한 불규칙 설계파 기법의 다른 예시로는 Torhaug et al.(1998)이 제시한 ‘Critical wave episodes’ 기법이 있다. Critical wave episodes 기법은 구하고자 하는 극한응답의 반복주기에 해당하는 선형응답의 시계열을 생성하고, 상위 수 개의 극댓값 주변의 입사파를 설계파로 사용하는 다중 설계파 기법이다. 이는 선형응답의 최댓값이 발생하는 시점에서 반드시 비선형응답의 최댓값이 발생하지는 않을 가능성을 고려한 것으로, Most-likely

extreme response 기법에 비해 극한 응답의 임의성을 더 고려한 것으로 볼 수 있다.

보다 최근에 제시된 불규칙 설계파 기법으로는 Alford(2008) 및 Kim(2012)에 의해 개발된 ‘Design load generator(DLG)’ 기법이 있다. DLG 기법의 주요 특징은 극한응답의 임의성을 완전히 고려할 수 있도록 선형응답의 최댓값의 확률분포를 이용하여 설계파를 생성한다는 점이다. Alford(2008)와 Kim(2012)은 선형 극한응답을 일으키는 입사파의 각 주파수 성분의 위상(phase)이 갖는 확률분포가 잘린 정규분포(truncated Gaussian distribution) 꼴로 나타나는 것을 관찰하고, 선형 극한응답의 확률분포를 그대로 유도할 수 있는 위상의 확률분포를 제시하여 이로부터 비선형 극한응답의 확률분포를 추정하고자 하였다.

그러나 앞서 언급한 설계파 해석기법들은 모두 1차의 유체동역학적 응답에서 나타나는 비선형성을 모델링하기 위해 제시된 것으로, 2차의 성분이 주를 이루는 저주파 표류운동 등의 극한응답 해석에는 적용이 불가능하다. 보다 일반적인 비선형 문제에 대해 적용 가능한 설계파 기법으로는 Jensen(2007, 2008)이 제시한 FORM(first-order reliability method) 기법이 있다. 이 기법의 기본 개념은 FORM을 이용하여 극한응답 시나리오 중 가장 발생 확률이 높은 시나리오를 탐색하고, 이 때의 입사파를 이용하여 비선형 해석을 수행하는 것이다. FORM 기법은 대상 응답의 수학적 및 통계적 특성에 대한 제약이 없기 때문에, 이론적으로

유체동역학적 응답의 차수에 무관하게 적용 가능하다는 장점이 있다. Jensen & Capul(2006)은 FORM 기법을 통해 Jack-up 플랫폼에 작용하는 Morison 힘에 의한 좌우동요의 극한응답을 해석하였으며, 입사파의 2차 속도 포텐셜에 의한 유체입자의 속도까지 해석에 포함시킴으로써 FORM 기법이 2차의 성분을 고려할 수 있다는 것을 보여주었다. 이후 FORM 기법은 선박의 비선형 횡동요(roll) 운동응답(Jensen, 2007), Morison 힘에 의한 TLP의 좌우동요 운동응답(Jensen, 2008), 선박의 비선형 굽힘모멘트(Jensen, 2009) 등 다양한 문제에 적용되어 왔다. 그러나 FORM 기법을 이용하여 저주파 표류운동 등 보다 실제적인 2차 유체동역학적 응답의 극한값을 추정하는 연구는 현재까지 거의 수행되지 않은 것으로 확인되어, 유효성에 대한 검증이 다소 필요한 상황이다.

### 1.3 연구 목표 및 주요 연구 내용

본 연구는 부유식 해양구조물의 비선형 유체동역학적 응답의 통계적 해석기법 고도화를 통한 설계 하중 추정 프로시저의 효율화를 목표로 수행되었다. 이를 위하여 첫 번째로, 2차의 포텐셜 유동 이론으로 모델링한 저주파 표류운동, 스프링잉 운동 및 비선형파에 대한 통계적 해석을 수행하였다. 통계 해석 기법으로는 볼테라 급수로 이상화한 응답에 대한 고유치 해석기법을 적용하였으며, 고유치 해석과 에르미트 모멘트 기법의 응용을 통해 일반적인 주파수 대역폭(spectral bandwidth)에 대하여 적용 가능한 극댓값의 확률분포를 해석적으로 유도하였다.

저주파 표류운동에 대한 해석은 반잠수식 플랫폼을 이용하여 수행하였으며, 볼테라 급수로 이상화할 수 없는 비선형성이 포함된 경우의 통계 분포를 관찰하고 고유치 해석기법의 적절성을 검토하였다. 스프링잉 응답에 대한 해석은 TLP 모델을 이용하여 수행하였다. 1차의 파주파수 및 2차의 합주파수 성분이 혼재하는 광대역(broad-banded) 상하동요(heave) 응답의 확률분포를 고유치 해석과 에르미트 모멘트 기법을 이용해 계산하였으며, 협대역 모델과 일반 주파수대역폭 모델로 예측된 극댓값의 분포를 비교 분석하였다. 또한 주파수대역폭을 고려한 극댓값의 확률분포를 응용하여, 텐던의 피로하중 산정을 위한 개선된 모델을 제시하였다. 2차의 비선형파에 대한 해석 역시 동일한 TLP 모델에 대하여 수행하였다. TLP 갑판 주변 주요 위치에서의 비선형파에 대한 통계



해석을 통해 위치별 갑판침수 발현 확률을 해석적으로 계산하였으며, 파의 회절 및 방사성분, 비선형성, 비정규분포성 및 스펙트럼의 방향분포성이 극한 파정(extreme wave crest)에 미치는 영향을 분석하였다. 또한 set-down을 고려한 상대파의 확률분포에 대하여 수평방향 표류운동의 비정규분포성을 고려할 수 있는 새로운 방법을 제안하였다.

두 번째로, 계류선의 장력에 매우 큰 영향을 미치는 플랫폼의 저주파 표류운동의 극한값을 효율적으로 계산하기 위한 설계파 해석기법을 개발하였다. 저주파 표류운동의 극한응답 산정을 위해서는 파 표류 감쇠력(wave drift damping force) 및 점성항력(viscous drag) 등 비선형 감쇠력과 계류선에 의한 비선형 복원력 등으로 인해 시간영역에서의 플랫폼-계류선 연성해석이 필수적으로 요구된다. 본 연구에서는 시간영역 해석을 통한 저주파 표류운동의 극한값 계산 과정을 효율화하기 위하여, 1차의 유체동역학적 응답에 주로 국한되어있는 설계파 해석 기법을 2차의 응답으로 확장할 수 있는 방법을 제시하였다. 이를 위하여 2차의 볼테라 급수의 극한값 주변에서의 평균 프로파일을 유도하고, Adegeest et al.(1998)의 Most-likely extreme response 기법과 유사한 개념으로 설계파를 생성하였다. 적용 모델로는 반잠수식 플랫폼을 사용하였으며, 설계파를 이용한 시간영역 연성해석 결과와 전시간(full-length) 해석 결과를 비교하여 제시된 설계파 해석 기법의 정확도를 검증하였다.

마지막으로, 수많은 해석 조건에 대하여 플랫폼의 변위 및

계류선의 장력의 극한값을 추정하기 위한 설계 해석 프로시저를 제시하였다. 제시된 프로시저는 주파수영역에서의 비연성·준정적 해석을 통한 해석 조건의 사전선별(prescreening), 선별된 해석 조건에 대한 설계과 해석, 전시간 해석을 통한 최종 설계 하중 산정의 세 단계로 구성된다. 프로시저의 효용성을 검토하기 위하여 Gulf of Mexico의 Walker Ridge 해역의 metocean data를 바탕으로 반잠수식 플랫폼 모델에 대해 프로시저를 적용하여 계류선의 설계 하중을 산정하였으며, 선별된 위험 환경조건의 특성을 분석하였다.

## 2. 배경 이론

### 2.1 유체동역학적 응답의 결정론적 해석

#### 2.1.1 포텐셜 유동의 주파수영역 해석

부유식 해양구조물의 유체동역학적 응답을 포텐셜 유동으로 모델링하는 경우, 속도 포텐셜에 대한 비선형 경계조건문제(boundary value problem)의 풀이가 필요하다. 이 때, 섭동법(perturbation method)을 이용하여 문제를 차수별로 나누어 정의하고 각 차수별 경계조건문제를 적절히 선형화하는 경우, 주파수영역에서의 경계조건문제 정의 및 풀이가 가능해진다. 주파수영역에서의 문제 풀이를 통해 계산되는 1차 및 2차의 전달함수는 이후 추가적인 비선형성을 고려하기 위한 시간영역 해석에서 사용되거나, 그 자체를 이용하여 응답의 통계해석을 수행하게 된다. 본 장에서는 먼저 주파수영역에서 정의되는 경계조건문제와 더불어, 본 연구에서 다루고자 하는 유체동역학적 응답의 수학적 표현을 되짚어보고자 한다.

Fig. 2.1은 부유식 해양구조물의 파랑 중 유체동역학적 응답에 대한 경계조건문제가 정의되는 좌표계를 도식화한 것이다. 좌표계의 원점  $O$ 는 플랫폼의 수선면 중심에 위치하며,  $x$ 축,  $y$ 축 및  $z$ 축은 각각 플랫폼의 전후동요(surge), 좌우동요, 상하동요 운동의 양의 방향을 가리키도록 정의된다.  $\zeta(x,y,t)$ 는 좌표  $(x,y)$  및 시간  $t$ 에서의 자유표면

높이(wave elevation)를 나타내며,  $A$ ,  $\omega$ ,  $\beta$ 는 각각 입사파의 진폭, 각주파수, 입사각을 의미한다.

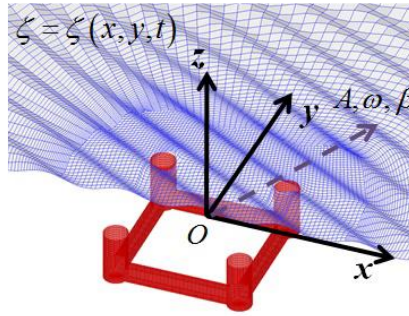


Fig. 2.1 Coordinate system for wave-body interaction problem

3차원 파랑-부유체 상호작용 문제는 유체장(fluid domain)에서의 지배방정식과 경계면(boundary surface)에서의 경계조건으로 이루어진다. 이를 이상유체의 포텐셜 유동으로 모델링하면, 속도 포텐셜  $\Phi$ 가 유체장에서 만족해야 하는 지배방정식은 다음과 같은 Laplace 방정식으로 주어진다.

$$\nabla^2 \Phi = 0 \text{ in the fluid domain} \quad (2.1)$$

경계면은  $z = \zeta(x, y, t)$ 로 표현되는 자유표면(free surface), 물체의 접수면(wetted surface) 및  $z = -h$ 로 표현되는 바닥면(bottom surface)으로 구성되며, 각 경계면에서 속도 포텐셜이 만족해야 하는 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} + 2\nabla \Phi \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla (\nabla \Phi \cdot \nabla \Phi) = 0 \text{ on } z = \zeta \quad (2.2)$$

$$\zeta = -\frac{1}{g} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi \right)_{z=\zeta} \quad (2.3)$$

$$\nabla \Phi \cdot \mathbf{n} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} \text{ on the exact wetted surface} \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \text{ on } z = -h \quad (2.5)$$

식 (2.2)-(2.5)에서  $g$ 는 중력가속도를,  $\mathbf{U}$ 는 접수면에서의 물체의 속도벡터를,  $h$ 는 수심을 나타내며,  $\mathbf{n}$ 은 유체장에서 물체 쪽으로 향하는 접수면에서의 법선 벡터를 의미한다. 자유표면에서의 경계조건은 그 비선형성을 식 (2.2)와 (2.3)으로부터 분명히 확인할 수 있으며, 접수면에서의 경계조건 역시 접수면 자체의 비선형성으로 인해 보이는 식과 달리 비선형 경계조건임을 유념해야 한다.

이처럼 파랑-부유체 상호작용 문제는 자유표면과 접수면에서의 경계조건이 갖는 비선형성으로 인해, 주파수성분별로 나누어 풀이하는 주파수영역 풀이법의 직접적인 적용이 불가능하다. 그러나 자유표면과 접수면 경계조건을 각각 정수면(calm water plane)과 평균 접수면에 대하여 테일러 급수(Taylor series)로 전개하고,  $\Phi$ 와  $\zeta$ 를 파경사(wave slope)에 대한 차수별로 나누는 섭동법을 적용하면, 1차 및 2차의 속도포텐셜에 대한 선형화된 경계조건문제를 유도할 수 있다. 섭동법을 적용하여 파경사의 2차의 성분까지만을 고려하는 경우  $\Phi$ 와  $\zeta$ 는 다음과 같이 분해된다.

$$\Phi = \Phi^{(1)} + \Phi^{(2)} \quad (2.6)$$

$$\zeta = \zeta^{(1)} + \zeta^{(2)} \quad (2.7)$$

위 식의  $\Phi^{(n)}$ 과  $\zeta^{(n)}$ 은 각각 속도포텐셜과 자유표면 높이의 파경사에 대한  $n$ 차 성분을 의미하며, 이들은 다음의 관계식을 만족한다.

$$\zeta^{(1)} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \Big|_{z=0} \quad (2.8)$$

$$\zeta^{(2)} = -\frac{1}{g} \left( \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi^{(1)} \cdot \nabla \Phi^{(1)} - \frac{1}{g} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial z \partial t} \right) \Big|_{z=0} \quad (2.9)$$

테일러 급수 전개와 섭동법을 통해 유도되는 1차의 속도포텐셜에 대한 경계조건문제는 다음과 같다.

$$\nabla^2 \Phi^{(1)} = 0 \text{ in the fluid domain} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z} = 0 \text{ on } z = 0 \quad (2.11)$$

$$\nabla \Phi^{(1)} \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial}{\partial t} (\boldsymbol{\Xi}^{(1)} + \boldsymbol{\alpha}^{(1)} \times \mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} \text{ on the mean wetted surface} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z} = 0 \text{ on } z = -h \quad (2.13)$$

식 (2.12)의  $\boldsymbol{\Xi}^{(1)} = (\Xi_1^{(1)}, \Xi_2^{(1)}, \Xi_3^{(1)})$  과  $\boldsymbol{\alpha}^{(1)} = (\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, \alpha_3^{(1)})$  는 각각 1차의 병진운동과 회전운동 벡터를 나타낸다. 식 (2.10)-(2.13)은 지배방정식과 경계조건이 모두 선형인 경계조건문제로,

주파수성분별로 나누어 풀이가 가능하다. 먼저, 정상상태(stationary state)의  $\Phi^{(1)}$ 과  $\Xi^{(1)}$ ,  $\alpha^{(1)}$ 을 주파수성분별로 분해하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}\Phi^{(1)}(\mathbf{x};t) &= \text{Re} \sum_j \phi^{(1)}(\mathbf{x};\omega_j) e^{i\omega_j t} \\ \Xi_k^{(1)}(t) &= \text{Re} \sum_j \xi_k^{(1)}(\omega_j) e^{i\omega_j t} \quad (k=1,2,3) \\ \alpha_k^{(1)}(t) &= \text{Re} \sum_j \xi_{k+3}^{(1)}(\omega_j) e^{i\omega_j t} \quad (k=1,2,3)\end{aligned}\tag{2.14}$$

식 (2.14)의  $\phi^{(1)}$ 는  $\Phi^{(1)}$ 의 주파수성분에 따른 복소진폭(complex amplitude)을 의미하며,  $\xi_k^{(1)}$ 은 1차 6자유도 운동응답의  $k$ 번째 모드의 주파수성분에 따른 복소진폭을 의미한다. 식 (2.14)를  $\Phi^{(1)}$ 에 대한 식에 대입하여 정리하면,  $\phi^{(1)}$ 의 지배방정식과 자유표면 및 바닥면에서의 경계조건을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\nabla^2 \phi^{(1)} = 0 \text{ in the fluid domain} \tag{2.15}$$

$$-\omega^2 \phi^{(1)} + g \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} = 0 \text{ on } z = 0 \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} = 0 \text{ on } z = -h \tag{2.17}$$

한편 비동차식(nonhomogeneous equation)으로 나타나는 접수면 경계조건을 효율적으로 다루기 위해,  $\phi^{(1)}$ 을 다음과 같이 분해하여 정의하는 것이 일반적이다.

$$\phi^{(1)} = \phi_I^{(1)} + \phi_D^{(1)} + \phi_R^{(1)} \quad (2.18)$$

식 (2.18)의  $\phi_I^{(1)}$  와  $\phi_D^{(1)}$  는 각각 속도포텐셜의 입사파 성분과 회절파 성분을 의미하며, 이 둘의 합은 접수면에서 동차(homogeneous) 경계조건을 아래의 식과 같이 만족시킨다.

$$\frac{\partial}{\partial n}(\phi_I^{(1)} + \phi_D^{(1)}) = 0 \text{ on the mean wetted surface} \quad (2.19)$$

식 (2.18)의  $\phi_R^{(1)}$  은 물체의 운동에 의해 생성되는 방사파 성분에 해당되는 속도포텐셜로, 6자유도 운동의 각 성분에 대응되는 속도포텐셜로 다시 아래와 같이 분해된다.

$$\phi_R^{(1)} = i\omega \sum_{k=1}^6 \xi_k^{(1)} \phi_k \quad (2.20)$$

식 (2.20)의  $\phi_k$ 는  $k$ 번째 모드의 단위 진폭 운동에 의해 유도되는 방사파의 속도포텐셜을 나타낸다.  $\phi_k$ 가 접수면에서 만족하는 경계조건은 아래와 같다.

$$\frac{\partial \phi_k}{\partial n} = n_k \text{ on the mean wetted surface} \quad (2.21)$$

이때  $(n_1, n_2, n_3)$ 은 접수면에서의 법선벡터  $\mathbf{n}$ 을 나타내며,  $(n_4, n_5, n_6)$ 은 접수면 상의 위치벡터  $\mathbf{x}$ 와  $\mathbf{n}$ 의 외적인  $(\mathbf{x} \times \mathbf{n})$ 을 나타낸다.



2차의 속도포텐셜  $\Phi^{(2)}$ 에 대한 경계조건문제 역시 테일러 급수 전개와 섭동법의 적용을 통해 나타나는 2차항을 정리하여 유도할 수 있다. 아래의 식은  $\Phi^{(2)}$ 가 만족하는 지배방정식 및 경계조건을 나타낸다.

$$\nabla^2 \Phi^{(2)} = 0 \text{ in the fluid domain} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(2)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial z} = Q_F(x, y; t) \text{ on } z = 0 \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial n} = Q_B(\mathbf{x}; t) + \frac{\partial}{\partial t} (\boldsymbol{\Xi}^{(2)} + \boldsymbol{\alpha}^{(2)} \times \mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} \text{ on the mean wetted surface} \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial z} = 0 \text{ on } z = -h \quad (2.25)$$

식 (2.24)의  $\boldsymbol{\Xi}^{(2)} = (\Xi_1^{(2)}, \Xi_2^{(2)}, \Xi_3^{(2)})$  와  $\boldsymbol{\alpha}^{(2)} = (\alpha_1^{(2)}, \alpha_2^{(2)}, \alpha_3^{(2)})$  는 각각 2차의 병진운동과 회전운동 벡터를 나타낸다.  $Q_F$ 와  $Q_B$ 는 자유표면과 접수면 경계조건의 2차 성분 중 두 1차항의 곱으로 표현되는 성분을 의미하며, 각 경계조건에서 강제함수(forcing function)로 작용한다.  $Q_F$ 와  $Q_B$ 에 대한 수식은 다음과 같다(Newman, 1977; Ogilvie, 1983).

$$Q_F = \frac{1}{g} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \Phi^{(1)} \cdot \nabla \Phi^{(1)}) \quad (2.26)$$

$$Q_B = \mathbf{n} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \mathbf{x} + (\boldsymbol{\alpha}^{(1)} \times \mathbf{n}) \cdot \left[ \frac{\partial (\boldsymbol{\Xi}^{(1)} + \boldsymbol{\alpha}^{(1)} \times \mathbf{x})}{\partial t} - \nabla \Phi^{(1)} \right] - \mathbf{n} \cdot [(\boldsymbol{\Xi}^{(1)} + \boldsymbol{\alpha}^{(1)} \times \mathbf{x}) \cdot \nabla] \nabla \Phi^{(1)} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} (\alpha_2^{(1)})^2 + (\alpha_3^{(1)})^2 & 0 & 0 \\ -2\alpha_1^{(1)}\alpha_2^{(1)} & (\alpha_1^{(1)})^2 + (\alpha_3^{(1)})^2 & 0 \\ -2\alpha_1^{(1)}\alpha_3^{(1)} & -2\alpha_2^{(1)}\alpha_3^{(1)} & (\alpha_1^{(1)})^2 + (\alpha_2^{(1)})^2 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$Q_F$ 와  $Q_B$ (이하  $Q_{F,B}$ )의 모든 항은 두 1차항의 곱, 즉 두 주기함수의 곱으로 표현된다. 두 주기함수의 곱은 곧 해당 두 주파수의 합주파수 성분과 차주파수 성분으로 분리될 수 있으므로, 정상상태에서의  $Q_{F,B}$ 는 다음과 같은 식으로 표현 가능하다.

$$Q_{F,B}(\mathbf{x}, t) = \text{Re} \sum_i \sum_j \left[ q_{F,B}^{(+)}(\mathbf{x}; \omega_i, \omega_j) e^{i(\omega_i + \omega_j)t} + q_{F,B}^{(-)}(\mathbf{x}; \omega_i, \omega_j) e^{i(\omega_i - \omega_j)t} \right] \quad (2.29)$$

식 (2.29)의  $q_{F,B}^{(+)}$ 와  $q_{F,B}^{(-)}$ 는 각각 강제함수  $Q_{F,B}$ 의 두 주파수  $\omega_i$ 와  $\omega_j$ 에 대한 합주파수  $(\omega_i + \omega_j)$ 와 차주파수  $(\omega_i - \omega_j)$  성분의 복소진폭을 의미한다. 식 (2.22)-(2.25)의 좌변이 모두  $\Phi^{(2)}$ 에 대해 선형임을 고려할 때,  $\Phi^{(2)}$  및  $\boldsymbol{\Xi}^{(2)}$ 와  $\boldsymbol{\alpha}^{(2)}$  역시 강제함수  $Q_{F,B}$ 와 마찬가지로 합주파수 성분과 차주파수 성분으로 분해하여 다음과 같이 표현 가능함을 알 수 있다.

$$\Phi^{(2)}(\mathbf{x}; t) = \text{Re} \left[ \sum_j \sum_k \left\{ \phi^{(+)}(\mathbf{x}; \omega_j, \omega_k) e^{i(\omega_j + \omega_k)t} + \phi^{(-)}(\mathbf{x}; \omega_j, \omega_k) e^{i(\omega_j - \omega_k)t} \right\} \right] \quad (2.30)$$

$$\Xi_k^{(2)}(t) = \text{Re} \left[ \sum_j \sum_l \left\{ \xi_k^{(+)}(\omega_j, \omega_l) e^{i(\omega_j + \omega_l)t} + \xi_k^{(-)}(\omega_j, \omega_l) e^{i(\omega_j - \omega_l)t} \right\} \right]$$

$$\alpha_k^{(2)}(t) = \text{Re} \left[ \sum_j \sum_l \left\{ \xi_{k+3}^{(+)}(\omega_j, \omega_l) e^{i(\omega_j + \omega_l)t} + \xi_{k+3}^{(-)}(\omega_j, \omega_l) e^{i(\omega_j - \omega_l)t} \right\} \right]$$

따라서  $\Phi^{(2)}$ 에 대한 경계조건문제는 bichromatic wave에서의 합주파수와 차주파수 경계조건문제로 분리할 수 있으며, 이는 곧 주파수영역에서의  $\phi^{(+)}$  및  $\phi^{(-)}$ 에 대한 문제로 치환이 가능함을 의미한다.

식 (2.30)의  $\phi^{(+)}$ 와  $\phi^{(-)}$ (이하  $\phi^{(\pm)}$ )는 다음과 같이 2차의 입사파 포텐셜  $\phi_1^{(\pm)}$ , 회절파 포텐셜  $\phi_D^{(\pm)}$  및 방사파 포텐셜  $\phi_R^{(\pm)}$ 로 구성된다.

$$\phi^{(\pm)} = \phi_1^{(\pm)}(\mathbf{x}; \omega_i, \omega_j) + \phi_D^{(\pm)}(\mathbf{x}; \omega_i, \omega_j) + \phi_R^{(\pm)}(\mathbf{x}; \omega_i, \omega_j) \quad (2.31)$$

$\phi_1^{(\pm)}$ 는 자유표면 경계조건의 강제함수 중 입사파에 의한 성분을 만족시키며, 이에 대한 해는 해석적으로 유도되어 있다(Sharma & Dean, 1981).  $\phi_R^{(\pm)}$ 은 2차의 운동응답에 의한 방사파의 속도포텐셜로, 식 (2.24)로 주어진 접수면 경계조건 중 2차 운동응답  $\Xi^{(2)}$ 와  $\alpha^{(2)}$ 에 의한 성분을 만족시키며, 동차의 자유표면 경계조건을 만족하도록 정의되어 1차의 방사파 포텐셜과 유사하게 취급할 수 있다.  $\phi_D^{(\pm)}$ 는  $\phi_1^{(\pm)}$ 와  $\phi_R^{(\pm)}$ 이 만족시키지 못하는 자유표면 및 접수면 경계조건 강제함수의 나머지 성분을 모두 만족시키는 성분으로, 이를 2차의

회절파 속도포텐셜로 정의한다.  $\phi_R^{(\pm)}$  과  $\phi_b^{(\pm)}$  에 대한 자유표면 및 접수면 경계조건의 수식은 다음과 같다.

$$\phi_R^{(\pm)} = i(\omega_i \pm \omega_j) \sum_{k=1}^6 \xi_k^{(\pm)} \phi_k^{(\pm)} \quad (2.32)$$

$$-(\omega_i \pm \omega_j)^2 \phi_k^{(\pm)} + g \frac{\partial \phi_k^{(\pm)}}{\partial z} = 0 \text{ on } z = 0 \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \phi_k^{(\pm)}}{\partial n} = n_k \text{ on the mean wetted surface} \quad (2.34)$$

$$-(\omega_i \pm \omega_j)^2 \phi_D^{(\pm)} + g \frac{\partial \phi_D^{(\pm)}}{\partial z} = q_{IB}^{(\pm)} + q_{BB}^{(\pm)} \text{ on } z = 0 \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial \phi_D^{(\pm)}}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_1^{(\pm)}}{\partial n} + q_B^{(\pm)} \text{ on the mean wetted surface} \quad (2.36)$$

식 (2.32)의  $\phi_k^{(\pm)}$  는 단위진폭의 합주파수 및 차주파수 운동에 대응되는 2차 방사파의 속도포텐셜을 의미한다. 또한 식 (2.35)의  $q_{IB}^{(\pm)}$  와  $q_{BB}^{(\pm)}$  는 각각 자유표면 경계조건의 강제함수 중 입사파와 교란파(회절파 및 방사파)의 곱에 의한 성분, 교란파와 교란파의 곱에 의한 성분을 나타낸다. 각각에 대한 보다 자세한 식은 Kim(1988) 및 Lee(1995)에서 참고할 수 있다.

이로써 파랑-부유체 상호작용 문제에서의 1차 및 2차 속도 포텐셜에 대한 경계조건문제가 모두 정의되었다. 본 연구에서는 이러한 경계조건문제의 풀이를 위하여, DNV GL사의 WADAM 및 MIT에서 개발된 SWIM을 사용하였다. WADAM은 경계요소법 (boundary element method)을 이용하여 파랑-부유체 상호작용 문제를

풀이하는 수치해석 프로그램으로, 1차의 자유표면 경계조건을 만족하는 wave source를 경계면에 분포하여 1차 및 2차의 속도포텐셜에 대한 Green 적분방정식을 풀이한다. 이와 달리 SWIM은 자유표면을 수직으로 관통하는 실린더 형상의 물체에 대한 속도포텐셜의 해석적 해를 통해 column-stabilized 플랫폼의 1차 및 2차 파랑하중과 운동응답을 계산하는 프로그램이며, 제한된 형상의 플랫폼에만 적용 가능한 대신 매우 빠르게 해를 계산할 수 있는 장점이 있다. WADAM에 사용된 수치기법에 대한 보다 자세한 내용은 Newman(1985), Kim(1988) 및 Lee(1995)에서 참고할 수 있으며, SWIM에 사용된 해석적 기법은 Emmerhoff(1994), Kim(1998) 및 Kim & Sclavounos(2001)에서 참고 가능하다.

속도포텐셜에 대한 풀이가 완료되면 Bernoulli 방정식으로부터 계산된 압력의 접수면  $S_B$ 에 대한 적분을 통해 유체동역학적 힘을 구할 수 있다. 먼저 1차의 유체동역학적 힘  $\mathbf{F}_{HD}^{(1)}$ 은 압력의 1차 성분을 적분하여 다음과 같이 계산된다.

$$\mathbf{F}_{HD}^{(1)} = -\rho \iint_{S_B} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \mathbf{n} dS \quad (2.37)$$

$\mathbf{F}_{HD}^{(1)}$ 의 성분 중 입사파  $\Phi_I^{(1)}$ 와 회절파  $\Phi_D^{(1)}$ 에 의한 성분을 각각 1차의 Froude-Krylov 힘과 diffraction 힘으로 정의하며, 각각에 대한 식은 다음과 같다.

$$\mathbf{F}_{\text{FK}}^{(1)} = -\rho \iint_{S_B} \frac{\partial \Phi_I^{(1)}}{\partial t} \mathbf{n} dS = \text{Re} \left[ -\sum_j i\omega_j \rho \iint_{S_B} \phi_1^{(1)}(\omega_j) \mathbf{n} dS e^{i\omega_j t} \right] \quad (2.38)$$

$$\mathbf{F}_D^{(1)} = -\rho \iint_{S_B} \frac{\partial \Phi_D^{(1)}}{\partial t} \mathbf{n} dS = \text{Re} \left[ -\sum_j i\omega_j \rho \iint_{S_B} \phi_D^{(1)}(\omega_j) \mathbf{n} dS e^{i\omega_j t} \right] \quad (2.39)$$

1차의 모멘트는 식 (2.37)-(2.39)의 법선벡터  $\mathbf{n}$ 을  $(\mathbf{x} \times \mathbf{n})$ 으로 대체하여 구할 수 있으며, 본 논문에서는 별도의 언급이 없는 경우 힘 벡터를 4-6번째 성분에 모멘트를 포함하는 6차원 벡터로 정의한다. 방사와 속도포텐셜  $\Phi_R^{(1)}$ 에 의한 유체동역학적 힘은 6자유도 운동의 가속도에 비례하는 부가질량(added mass)과 속도에 비례하는 방사감쇠력(radiation damping force)으로 구분하여, 각각에 대한 계수행렬로 취급하는 것이 일반적이다. 부가질량 및 방사감쇠력 계수행렬  $A_{jk}$ 와  $B_{jk}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$A_{jk}(\omega) - \frac{i}{\omega} B_{jk}(\omega) = \rho \iint_{S_B} n_j \phi_k dS \quad (j, k = 1, 2, \dots, 6) \quad (2.40)$$

2차의 유체동역학적 힘  $\mathbf{F}_{\text{HD}}^{(2)}$ 는 압력의 2차 성분을 접수면에 대하여 적분함으로써 계산된다. 이는 다시 1차항의 곱으로 이루어진 성분과 2차 속도 포텐셜에 의한 성분으로 분해할 수 있다. 먼저 1차항의 곱에 해당하는 압력성분에 의한 2차 유체동역학적 힘  $\mathbf{F}_q^{(2)}$ 와 모멘트  $\mathbf{M}_q^{(2)}$ 는 다음과 같이 주어진다(Kim & Yue, 1990; Lee, 1995).

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_q^{(2)} = & \frac{1}{2} \rho g \int_{WL} \left[ \zeta^{(1)} - (\Xi_3^{(1)} + \alpha_1^{(1)} y - \alpha_2^{(1)} x) \right]^2 \sqrt{1 - n_3^2} \mathbf{n} dl \\
& - \rho \iint_{S_B} \left[ \frac{1}{2} \nabla \Phi^{(1)} \cdot \nabla \Phi^{(1)} + (\Xi^{(1)} + \mathbf{a}^{(1)} \times \mathbf{x}) \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \right) \right] \mathbf{n} dS \\
& + \mathbf{a}^{(1)} \times \mathbf{F}^{(1)} - \rho g A_{wp} \alpha_3^{(1)} (\alpha_1^{(1)} x_f + \alpha_2^{(1)} y_f) \mathbf{k}
\end{aligned} \tag{2.41}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_q^{(2)} = & \frac{1}{2} \rho g \int_{WL} \left[ \zeta^{(1)} - (\Xi_3^{(1)} + \alpha_1^{(1)} y - \alpha_2^{(1)} x) \right]^2 \sqrt{1 - n_3^2} (\mathbf{x} \times \mathbf{n}) dl \\
& - \rho \iint_{S_B} \left[ \frac{1}{2} \nabla \Phi^{(1)} \cdot \nabla \Phi^{(1)} + (\xi^{(1)} + \mathbf{a}^{(1)} \times \mathbf{x}) \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \right) \right] (\mathbf{x} \times \mathbf{n}) dS \\
& + \Xi^{(1)} \times (\mathbf{F}_{HS}^{(1)} + \mathbf{F}_{HD}^{(1)}) + \mathbf{a}^{(1)} \times (\mathbf{M}_{HS}^{(1)} + \mathbf{M}_{HD}^{(1)}) \\
& + \rho g \left[ -V \Xi_1^{(1)} \alpha_3^{(1)} - V \alpha_2^{(1)} \alpha_3^{(1)} z_b - \frac{1}{2} V \left\{ (\alpha_1^{(1)})^2 - (\alpha_3^{(1)})^2 \right\} y_b \right. \\
& \quad \left. - \alpha_1^{(1)} \alpha_3^{(1)} L_{12} - \alpha_2^{(1)} \alpha_3^{(1)} L_{22} \right] \mathbf{i} \\
& + \rho g \left[ -V \Xi_2^{(1)} \alpha_3^{(1)} + V \alpha_1^{(1)} \alpha_3^{(1)} z_b + \frac{1}{2} V \left\{ (\alpha_2^{(1)})^2 - (\alpha_3^{(1)})^2 \right\} x_b \right. \\
& \quad \left. + \alpha_1^{(1)} \alpha_3^{(1)} L_{11} + \alpha_2^{(1)} \alpha_3^{(1)} L_{12} \right] \mathbf{j} \\
& + \rho g \left[ V \Xi_1^{(1)} \alpha_1^{(1)} + V \Xi_2^{(1)} \alpha_2^{(1)} + V \alpha_2^{(1)} \alpha_3^{(1)} x_b - V \alpha_1^{(1)} \alpha_3^{(1)} y_b \right] \mathbf{k}
\end{aligned} \tag{2.42}$$

식 (2.41)과 (2.42)의  $\rho$ 와  $V$ 는 각각 플랫폼의 배수량과 유체의 밀도를 의미하며,  $A_{wp}$ 와  $(x_f, y_f)$ 는 수선면의 면적 및 면적중심(center of flotation)의 좌표를,  $L_{ij}$ 는 수선면의 면적 2차모멘트를 의미한다. 또한  $\mathbf{F}_{HS}^{(1)}$ 과  $\mathbf{M}_{HS}^{(1)}$ 은 각각 1차의 운동응답에 의한 유체정역학적(hydrostatic) 힘과 모멘트를 나타낸다.

다음으로, 2차의 속도포텐셜에 의한 유체동역학적 힘  $\mathbf{F}_p^{(2)}$ 는 2차의 압력 중  $\Phi^{(2)}$ 에 대한 항을 접수면에 대하여 적분하여 다음과 같이 계산된다.

$$\mathbf{F}_p^{(2)} = -\rho \iint_{S_B} \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial t} \mathbf{n} dS \quad (2.43)$$

$\mathbf{F}_p^{(2)}$ 의 성분 중 2차의 방사파 속도포텐셜  $\Phi_R^{(2)}$ 에 의한 성분은 주파수만 합주파수 혹은 차주파수로 바뀔 뿐 식 (2.40)과 동일한  $A_{ij}$ 와  $B_{ij}$ 로부터 계산 가능하다. 나머지 성분인 2차의 입사파 포텐셜  $\Phi_I^{(2)}$ 와 회절파 포텐셜  $\Phi_D^{(2)}$ 에 의한 유체동역학적 힘은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{p,I,D}^{(2)} &= -\rho \iint_{S_B} \frac{\partial \Phi_{I,D}^{(2)}}{\partial t} \mathbf{n} dS \\ &= -\rho \operatorname{Re} \left[ \sum_j \sum_k \iint_{S_B} i(\omega_j + \omega_k) \phi_{I,D}^{(+)} \mathbf{n} dS e^{i(\omega_j + \omega_k)t} \right. \\ &\quad \left. + \sum_j \sum_k \iint_{S_B} i(\omega_j - \omega_k) \phi_{I,D}^{(-)} \mathbf{n} dS e^{i(\omega_j - \omega_k)t} \right] \end{aligned} \quad (2.44)$$

지금까지 소개된 유체동역학적 하중 성분 중 방사파에 의한 부가질량 및 방사감쇠력을 제외한 성분, 즉 부유체의 운동, 속도 및 가속도와 무관한 성분들을 파랑 기진력(wave exciting force)이라고 칭한다. 이러한 정의에 미루어 1차 및 2차의 파랑 기진력  $\mathbf{F}_{\text{exc}}^{(1)}$ 와  $\mathbf{F}_{\text{exc}}^{(2)}$ 는 다음과 같이 정리된다.

$$\mathbf{F}_{\text{exc}}^{(1)} = \mathbf{F}_{\text{FK}}^{(1)} + \mathbf{F}_D^{(1)} \quad (2.45)$$

$$\mathbf{F}_{\text{exc}}^{(2)} = \mathbf{F}_q^{(2)} + \mathbf{F}_{p,I}^{(2)} + \mathbf{F}_{p,D}^{(2)} \quad (2.46)$$



식 (2.45)와 (2.46)의 각 항에 주파수영역 해를 대입하여 정리하면,  $\mathbf{F}_{\text{exc}}^{(1)}$  와  $\mathbf{F}_{\text{exc}}^{(2)}$  역시 주파수성분의 합으로 아래와 같이 표현 가능하다.

$$\mathbf{F}_{\text{exc}}^{(1)} = \text{Re} \sum_j A_j \mathbf{H}_F^{(1)}(\omega_j) e^{i\omega_j t} \quad (2.47)$$

$$\mathbf{F}_{\text{exc}}^{(2)} = \text{Re} \sum_j \sum_k \left[ A_j A_k \mathbf{H}_F^{(+)}(\omega_j, \omega_k) e^{i(\omega_j + \omega_k)t} + A_j A_k^* \mathbf{H}_F^{(-)}(\omega_j, \omega_k) e^{i(\omega_j - \omega_k)t} \right] \quad (2.48)$$

식 (2.47)과 (2.48)의  $A_j$ 는 좌표계 원점  $O$ 에서의 1차 입사파 시계열  $\zeta_1^{(1)}(t)$ 의 주파수성분  $\omega_j$ 의 복소진폭을 의미하며, 윗첨자로 사용된 \*는 켈레복소수를 가리킨다. 식 (2.47)의  $\mathbf{H}_F^{(1)}$ 는 6자유도 운동방향의 파랑 기진력 RAO를 각 성분으로 하는 6차원 벡터를 의미하며, 식 (2.48)의  $\mathbf{H}_F^{(+)}$ 와  $\mathbf{H}_F^{(-)}$ 는 각각 합주파수 및 차주파수 파랑 기진력 QTF(quadratic transfer function)의 6차원 벡터를 나타낸다.

마지막으로, 1차 운동응답의 RAO 및 2차 운동응답의 QTF는 부유체의 동적시스템이 선형이라는 가정 하에 주파수영역에서 운동방정식을 풀이함으로써 계산할 수 있다. 1차 및 2차의 운동응답에 대한 주파수영역에서의 선형 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\left[ -\omega^2 (\mathbf{M} + \mathbf{A}(\omega)) + i\omega (\mathbf{B}_{\text{ex}} + \mathbf{B}(\omega)) + \mathbf{C} + \mathbf{C}_{\text{ex}} \right] \mathbf{H}_M^{(1)} = \mathbf{H}_F^{(1)} \quad (2.49)$$

$$\left[ -(\omega_j + \omega_k)^2 (\mathbf{M} + \mathbf{A}(\omega_j + \omega_k)) + i(\omega_j + \omega_k) (\mathbf{B}_{\text{ex}} + \mathbf{B}(\omega_j + \omega_k)) + \mathbf{C} + \mathbf{C}_{\text{ex}} \right] \mathbf{H}_M^{(+)} = \mathbf{H}_F^{(+)} \quad (2.50)$$

$$\begin{bmatrix} -(\omega_j - \omega_k)^2 (\mathbf{M} + \mathbf{A}(\omega_j - \omega_k)) \\ + i(\omega_j - \omega_k) (\mathbf{B}_{\text{ex}} + \mathbf{B}(\omega_j - \omega_k)) + \mathbf{C} + \mathbf{C}_{\text{ex}} \end{bmatrix} \mathbf{H}_{\text{M}}^{(-)} = \mathbf{H}_{\text{F}}^{(-)} \quad (2.51)$$

식 (2.49)-(2.50)의  $\mathbf{A}$ 와  $\mathbf{B}$ 는 각각 식 (2.40)에서 정의된  $[A_{ij}]$ 와  $[B_{ij}]$ 를 나타내며,  $\mathbf{C}$ 는 유체정역학적 복원력 계수를,  $\mathbf{H}_{\text{M}}^{(l)}$  과  $\mathbf{H}_{\text{M}}^{(+)}$  및  $\mathbf{H}_{\text{M}}^{(-)}$  는 6자유도 운동응답의 RAO와 합주파수 및 차주파수 QTF를 각 성분으로 하는 6차원 벡터를 나타낸다.  $\mathbf{B}_{\text{ex}}$ 와  $\mathbf{C}_{\text{ex}}$ 는 각각 포텐셜 유동 이외의 성분에 의한 감쇠력계수 행렬과 계류선에 의한 복원력계수 행렬을 의미하는 것으로, 감쇠력 및 복원력의 메커니즘에 따라 각 식의  $\mathbf{B}_{\text{ex}}$ ,  $\mathbf{C}_{\text{ex}}$ 는 달라질 수 있다.

### 2.1.2 시간영역에서의 플랫폼-계류선 연성해석

부유식 해양구조물 및 계류선의 동적응답은 2차의 파랑 기진력 이외에도 다수의 비선형 요소들의 지배를 받는다. 대표적으로 점성항력과 파 표류 감쇠력 등 비선형 감쇠력, 계류시스템에 의한 비선형 복원력 등 동적 시스템의 비선형성과 더불어, 풍하중 및 조류하중 등 파랑하중 이외의 비선형 외력 등을 들 수 있다. 따라서 보다 정확한 응답의 해석을 위해서는 시간영역에서의 비선형 해석을 수행해야 하며, 보다 나아가서는 계류선의 동적응답을 고려한 시간영역 플랫폼-계류선 연성해석이 필수적으로 요구된다.

극한 해상상태에서의 계류된 부유식 플랫폼의 운동응답은 크게 파주파수 성분과 저주파 표류운동 성분으로 구분할 수 있다. 파주파수 성분은 1차의 파랑 기진력에 의해 유도되는 응답 성분을 의미하며, 방사파에 의한 감쇠력과 유체정역학적 복원력으로 이루어진 동적 시스템의 지배를 받는다. 이에 반해 저주파 표류운동 성분은 2차의 차주파수 파랑 기진력, 풍하중, 조류하중 등 1차의 파랑 기진력 이외의 외력에 의해 유도되며, 파표류감쇠력 및 점성항력에 의한 감쇠력, 계류선에 의한 복원력 등으로 이루어진 동적 시스템의 메커니즘 역시 파주파수 운동응답과 확연히 구분된다. 또한 두 운동성분의 주기 역시 파주파수 성분은 약 10-20초에 머무르는 데에 반해, 저주파 표류운동의 주기는 100초 이상으로 매우 상이하다. 따라서 두 운동성분간의 연성효과가 크지 않다는 가정을 세우는 것이 가능하며, 이를 바탕으로 저주파 표류운동에 대한 비선형 운동방정식을 분리하는 접근방법이 있다. 이는 저주파 표류운동 성분이 운동응답의 큰 부분을 차지하는 극한 해상상태 및 파주파수 운동성분이 작은 column-stabilized 플랫폼에 대하여 특히 적용 가능한 접근방법으로, 파주파수 운동응답은 주파수영역의 해를 이용하여 계산함으로써 계산 시간을 단축시키고, 저주파 표류운동의 긴 운동주기를 고려하여 수치해석의 시간간격(time step)을 다소 크게 가져갈 수 있는 장점이 있다.

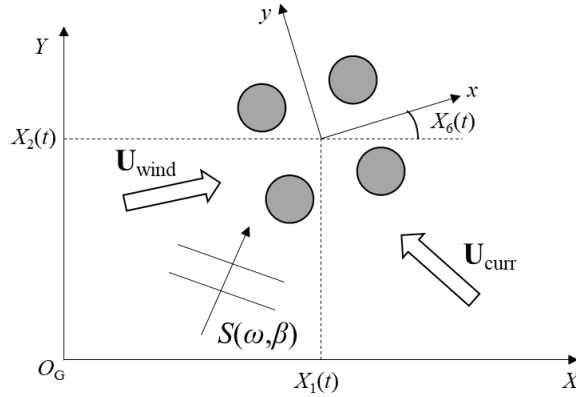


Fig. 2.2 Plan view of the coordinate systems for time-domain analysis

Fig. 2.2는 시간영역 운동방정식이 정의되는 좌표계  $O_G-XYZ$ 의 평면도를 나타낸 것이다. 앞서 언급한 내용을 바탕으로 저주파 표류운동 성분을 분리한 부유식 플랫폼의 시간영역 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 & (\mathbf{M} + \mathbf{A}_0) \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2} + \mathbf{B}_{WD}(t) \frac{d\mathbf{X}}{dt} + \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{F}_V \left( \frac{d\mathbf{X}}{dt}, t \right) \\
 & + \mathbf{F}_M \left( \mathbf{X}, \frac{d\mathbf{X}}{dt}, \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2}, t \right) = \mathbf{F}_{exc}^{(-)}(t) + \mathbf{F}_{wind}(t) + \mathbf{F}_{curr}(t)
 \end{aligned} \tag{2.52}$$

식 (2.52)의  $\mathbf{X}(t)$ 는 병진운동과 회전운동을 포함한 6자유도의 저주파 표류운동 벡터를 의미하며,  $\mathbf{B}_{WD}(t)$ 는 시간에 따른 파 표류 감쇠력 계수행렬을 각각 나타낸다. SWIM 프로그램은 column-stabilized 플랫폼에 대하여 파 표류 감쇠력 QTF를 해석적으로 계산할 수 있으며, 이에 대한 자세한 내용은 Emmerhoff(1994)에서 참고할 수

있다.  $\mathbf{F}_V$ 와  $\mathbf{F}_M$ 은 각각 플랫폼에 작용하는 점성항력과 계류선에 의한 복원력을 나타내며,  $\mathbf{F}_{\text{exc}}^{(-)}$ ,  $\mathbf{F}_{\text{wind}}$  및  $\mathbf{F}_{\text{curr}}$ 은 각각 2차의 차주파수 파랑 기진력, 풍하중, 조류하중을 나타낸다. 2차의 방사파에 의한 감쇠력은 저주파 표류운동의 매우 낮은 주파수를 고려하여 무시하였으며, 부가질량 역시 저주파에서의 수렴된 부가질량행렬  $\mathbf{A}_0$ 로 단순화되었음을 확인할 수 있다.

2차의 차주파수 파랑하중  $\mathbf{F}_{\text{exc}}^{(-)}$  와 파표류감쇠계수  $\mathbf{B}_{\text{WD}}(t)$ 는 주파수영역에서 계산된 QTF를 이용하여 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{\text{exc}}^{(-)}(t) &= \text{Re} \sum_j \sum_k A_j A_k^* \mathbf{H}_F^{(-)}(\omega_j, \omega_k) e^{i(\omega_j - \omega_k)t} \\ \mathbf{B}_{\text{WD}}(t) &= \text{Re} \sum_j \sum_k A_j A_k^* \mathbf{H}_{\text{WD}}(\omega_j, \omega_k) e^{i(\omega_j - \omega_k)t}\end{aligned}\tag{2.53}$$

위 식의  $\mathbf{H}_{\text{WD}}$ 는 파표류감쇠력 QTF를 의미한다. 풍하중  $\mathbf{F}_{\text{wind}}$ 와 조류하중  $\mathbf{F}_{\text{curr}}$ 은  $xy$ -평면상에서 수평방향으로 작용하는 외력성분으로, 각각 상대풍속과 상대조류속도의 제곱에 비례하도록 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{F}_{\text{wind}} = \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} A_{\text{wind}} (\mathbf{U}_{\text{wind}} - \mathbf{U}_{\text{SD}}) |\mathbf{U}_{\text{wind}} - \mathbf{U}_{\text{SD}}|\tag{2.54}$$

$$\mathbf{F}_{\text{curr}} = \frac{1}{2} \rho_{\text{water}} A_{\text{curr}} (\mathbf{U}_{\text{curr}} - \mathbf{U}_{\text{SD}}) |\mathbf{U}_{\text{curr}} - \mathbf{U}_{\text{SD}}|\tag{2.55}$$

식 (2.54)-(2.55)의  $\rho_{\text{air}}$ 와  $\rho_{\text{water}}$ 는 각각 공기와 해수의 밀도를 의미하며,

$A_{wind}$ 와  $A_{curr}$ 은 각각 풍랑과 조류의 입사방향에 대응되는 항력면적(drag area)을 나타낸다. 또한  $\mathbf{U}_{wind}$ ,  $\mathbf{U}_{curr}$  및  $\mathbf{U}_{SD}$ 는  $xy$ -평면에서 정의된 풍랑속도, 조류속도 및 저주파 표류운동 속도의 2차원 벡터를 의미한다.

플랫폼에 작용하는 점성항력  $\mathbf{F}_V$ 는 Morison 타입의 외력으로 다음과 같이 모델링 된다.

$$\mathbf{F}_V = \sum_{k=1}^{N_s} \int_0^{L_k} d\mathbf{F}_V = \sum_{k=1}^{N_s} \int_0^{L_k} \frac{1}{2} \rho_{water} C_{D,k} D_k (\mathbf{U}_{p,n} - \mathbf{U}_n) |\mathbf{U}_{p,n} - \mathbf{U}_n| dl \quad (2.56)$$

식 (2.56)의  $N_s$ 는 점성항력이 작용하는 기둥, 폰툰(pontoon) 및 트러스(truss) 등 얇은 구조물(slender structure)의 개수를 나타내며,  $L_k$ ,  $D_k$  및  $C_{D,k}$ 는  $k$ 번째 얇은 구조물의 길이, 지름, 항력계수를 각각 나타낸다. 또한  $\mathbf{U}_{p,n}$ 와  $\mathbf{U}_n$ 은 유체입자와 구조물의 속도벡터 중 법선방향 성분을 의미한다.

계류선에 의한 힘  $\mathbf{F}_M$ 은 계류선에 대한 동적응답 해석을 통해 계산된다. 계류선의 동적응답에 대한 지배방정식은 Garrett(1982)에 의해 제시된 ‘slender rod’ 이론을 기반으로 한다. Fig. 2.3은 계류선의 운동방정식이 정의되는 좌표계  $O_L-x_Ly_Lz_L$  및 미소길이의 계류선 요소를 나타낸 것이다. 좌표계의 원점  $O_L$ 은 해저면(sea bed)에 위치하며,  $z_L$ 축은 해저면에서 수직 상향으로 정의된다.

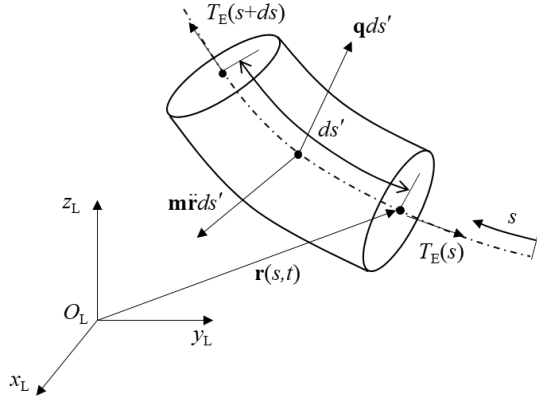


Fig. 2.3 Coordinate system and differential segment of mooring line

미소길이 계류선의 회전관성(rotary inertia), 굽힘강성(bending stiffness) 및 전단력을 무시하는 경우, slender rod 이론에 의해 주어지는 계류선의 운동방정식은 다음과 같다.

$$(\mathbf{m} + \mathbf{m}_a) \ddot{\mathbf{r}} - \frac{d}{ds} \left( T_E \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = \mathbf{q} \quad (2.57)$$

식 (2.57)의  $s$ 는 계류선의 비인장 아크길이(unstretched arclength)에 따른 좌표를 의미하며,  $\mathbf{r}(s, t)$ 는 계류선상의 점의 위치벡터를,  $A$ 는 계류선의 단면적을 나타낸다.  $\mathbf{m}$ 은 계류선의 단위길이당 질량행렬을 나타내며,  $\mathbf{m}_a$ 는 단위길이당 부가질량행렬로 계류선의 접선방향과 법선방향 부가질량 계수  $C_{mt}$ ,  $C_{mn}$ 으로부터 아래와 같이 계산된다.

$$\mathbf{m}_a = \rho_{\text{water}} A [C_{mn} \mathbf{N} + C_{mt} (\mathbf{I} - \mathbf{N})] \quad (2.58)$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{I} - \left( \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right)^T \left( \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right)$$

위 식의  $\mathbf{I}$ 는  $3 \times 3$ 의 단위행렬을 의미하며,  $\mathbf{N}$ 은 접선방향과 법선방향의 부가질량을  $O_L - x_L y_L z_L$  좌표계로 변환하기 위한 회전변환행렬을 나타낸다. 식 (2.57)의  $T_E$ 는 계류선의 유효장력 (effective tension)을 의미하며, 이는 실제 장력  $T_R$ 과 단면에 작용하는 가상의 유체정역학적 힘의 합으로 표현된다. 계류선에 작용하는 단위길이당 외력  $\mathbf{q}(s,t)$ 는 중력 및 부력으로 이루어진 수직방향 힘  $\mathbf{q}_B$ , 유체의 관성력  $\mathbf{q}_I$ , 점성항력  $\mathbf{q}_V$ 등으로 구성되며, 계류선이 해저면과 맞닿는 경우 바닥과의 마찰력  $\mathbf{q}_F$ 까지 포함된다. 외력의 각 항에 대한 식은 아래와 같다.

$$\mathbf{q}_B = -w_{\text{wet}} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{q}_I = \rho_{\text{water}} A (1 + C_m \mathbf{N}) \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

$$\mathbf{q}_V = \frac{1}{2} \rho_{\text{water}} D C_d \left| \mathbf{v}_n^{\text{REL}} \right| \mathbf{v}_n^{\text{REL}}, \mathbf{v}_n^{\text{REL}} = \mathbf{N} \left( \mathbf{v} - \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) \quad (2.59)$$

$$\mathbf{q}_F = \pi D C_{Bf} \left| \mathbf{v}_t^{\text{REL}} \right| \mathbf{v}_t^{\text{REL}} \text{ on } z_L = 0$$

식 (2.59)의  $w_{\text{wet}}$ 와  $D$ 는 각각 수중에서의 계류선의 단위길이당 무게와 단면의 지름을 의미하며,  $C_m$ 은 Morison 힘의 관성력계수를,



$\mathbf{v}$ 는 유체입자의 속도벡터를 나타낸다. 또한  $\mathbf{v}_n^{\text{REL}}$ 은 유체입자와 계류선의 속도를 고려한 상대속도의 법선방향 성분을 의미하며,  $C_d$  및  $C_{Bf}$ 는 각각 계류선의 점성항력계수와 해저면과의 마찰력계수를 의미한다.

식 (2.57)은  $\mathbf{r}(s,t)$ 의 각 좌표와 유효장력  $T_E$ 를 포함, 총 4개의 미지수가 존재하므로, 해를 구하기 위해서는 하나의 방정식이 추가되어야 한다. 이때, 추가적인 방정식은 계류선의 장력과 인장변형도(tensile strain)의 관계식으로부터 얻을 수 있다. 인장변형도  $\varepsilon$ 이 매우 작다는 가정하에  $\varepsilon$ 에 대한 2차 이상의 항을 무시하는 경우, 위치벡터  $\mathbf{r}$ 과 유효장력  $T_E$ 의 관계식은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{d\mathbf{r}}{ds} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{ds} = (1 + \varepsilon)^2 \approx 1 + 2\varepsilon = 1 + \frac{2}{E} \left[ \frac{T_E}{A} - (1 - 2\nu)p_{\text{HS}} \right] \quad (2.60)$$

식 (2.60)의  $E$ 와  $\nu$ 는 각각 계류선의 Young's modulus와 Poisson ratio를 나타내며,  $p_{\text{HS}}$ 는 유체정역학적 압력을 의미한다.

계류선의 동적응답에 대한 경계조건은 fairlead와 anchor에서의 변위벡터로 주어진다. Anchor에서는 위치벡터  $\mathbf{r}$ 이 항상 고정되어 있는 것으로 가정되며, fairlead에서의  $\mathbf{r}$ 은 매 시간단계마다 플랫폼의 6자유도 운동으로부터 계산된다. 계류선의 위치벡터  $\mathbf{r}$ 에 대한 경계조건식은 다음과 같다.

$$\mathbf{r}(0,t) = \mathbf{0}, \mathbf{r}(L,t) = \mathbf{X}_F(t) \quad (2.61)$$

위 식의  $L$ 은 계류선의 비인장 길이(unstretched length)를 나타내며,  $\mathbf{X}_F(t)$ 는 플랫폼의 fairlead 위치에서의 변위를 나타낸다.

본 연구에서는 위와 같이 정의되는 부유식 해양구조물의 시간영역 플랫폼-계류선 연성해석의 운동방정식 풀이를 위하여, MIT에서 개발된 프로그램인 SML을 사용하였다. SML은 SWIM, MOTION, LINES 세 모듈로 구성된 프로그램으로, 이중 MOTION과 LINES 모듈이 시간영역 플랫폼-계류선 연성해석을 수행하는 데에 이용된다. MOTION은 식 (2.52)-(2.56)으로 주어진 부유식 플랫폼의 저주파 표류운동 방정식을 풀이하는 모듈로써, 차주파수 파랑 기진력 및 파표류감쇠력 QTF를 시계열로 변환하고, 매 시간단계에서의 플랫폼에 작용하는 비선형 유체하중을 계산하여 운동방정식 풀이에 이용하게 된다. LINES 모듈은 식 (2.57)-(2.61)로 주어진 계류선에 대한 지배방정식을 매 시간단계마다 풀이하여, 계류선에 의한 힘  $\mathbf{F}_M$ 을 MOTION 모듈로 전달하는 역할을 수행한다. LINES에 사용된 계류선 수치해석기법은 lumped mass 모델이며, 공간 미분에 대한 유한차분법(finite difference method)과 explicit time marching scheme을 통해 지배방정식을 풀이한다. MOTION과 LINES에 대한 보다 자세한 내용은 Kim & Sclavounos(2001)에서 참고할 수 있다.

## 2.2 유체동역학적 응답의 확률론적 해석

### 2.2.1 2차의 볼테라 급수에 대한 고유치해석

고유치해석 기법은 비선형 유체동역학적 응답의 통계 해석을 수행하기 위한 대표적인 방법 중 하나이다. 고유치해석 기법의 적용을 위한 기본 가정은 유체동역학적 응답을 2차의 볼테라 급수로 표현할 수 있다는 것이다. 2차의 볼테라 급수는 1차 및 2차의 볼테라 커널과 입력 시계열의 컨볼루션 적분으로 구성되며, 유체동역학적 응답의 경우 입력 시계열은 곧 1차의 입사파의 시계열  $\zeta_1^{(1)}(t)$  를 의미한다. 2차의 볼테라 급수로 표현된 유체동역학적 응답의 일반적인 꼴은 아래의 식과 같다.

$$\begin{aligned}\Psi(t) = & \int_0^\infty h_1(t_1)\zeta_1^{(1)}(t-t_1)dt_1 \\ & + \int_0^\infty \int_0^\infty h_2(t_1, t_2)\zeta_1^{(1)}(t-t_1)\zeta_1^{(1)}(t-t_2)dt_1dt_2\end{aligned}\quad (2.62)$$

위 식의  $\Psi(t)$ 는 임의의 2차 유체동역학적 응답을 나타내며,  $h_1$ 과  $h_2$ 는 각각 해당 응답에 대한 1차 및 2차의 충격응답함수(impulse response function)를 의미한다. 시간영역에서 정의된 볼테라 커널  $h_1$ 과  $h_2$ 는 해당 응답의 주파수영역 전달함수와 다음과 같은 푸리에(Fourier) 변환의 관계를 만족한다.

$$\tilde{H}^{(1)}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.63)$$

$$\tilde{H}^{(2)}(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_2(t_1, t_2) e^{-i(\omega_1 t_1 + \omega_2 t_2)} dt_1 dt_2$$

식 (2.63)의  $\tilde{H}^{(1)}(\omega)$  와  $\tilde{H}^{(2)}(\omega_1, \omega_2)$  는  $\Psi(t)$ 의 2-sided RAO 및 QTF를 나타내며, 이는 일반적으로 양의 주파수에 대해서만 정의되는 1-sided RAO  $H^{(1)}(\omega)$  및 합주파수 QTF  $H^{(+)}(\omega_1, \omega_2)$ , 차주파수 QTF  $H^{(-)}(\omega_1, \omega_2)$ 와 다음의 관계를 만족한다.

$$\begin{aligned} \tilde{H}^{(1)}(\omega) &= \begin{cases} H^{(1)}(\omega), & \omega > 0 \\ H^{(1)}(\omega)^*, & \omega < 0 \end{cases} \\ \tilde{H}^{(2)}(\omega_1, \omega_2) &= \begin{cases} H^{(+)}(\omega_1, \omega_2), & \omega_1 > 0, \omega_2 > 0 \\ H^{(-)}(\omega_1, -\omega_2), & \omega_1 > 0, \omega_2 < 0 \\ H^{(+)}(-\omega_1, -\omega_2)^*, & \omega_1 < 0, \omega_2 < 0 \\ H^{(-)}(-\omega_1, \omega_2)^*, & \omega_1 < 0, \omega_2 > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.64)$$

즉, 식 (2.62)는 주파수영역 전달함수를 이용하여 표현한 아래의 식 (2.65)와 수학적으로 동등하며, 이는 곧 RAO와 QTF로 표현되는 모든 응답은 2차의 볼테라 급수로 나타낼 수 있음을 의미한다.

$$\begin{aligned} \Psi(t) = \text{Re} \left[ \sum_{j=1}^{\infty} A_j \tilde{H}^{(1)}(\omega_j) e^{i\omega_j t} + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} A_j A_k \tilde{H}^{(2)}(\omega_j, \omega_k) e^{i(\omega_j + \omega_k)t} \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} A_j A_k \tilde{H}^{(2)}(\omega_j, -\omega_k) e^{i(\omega_j - \omega_k)t} \right] \end{aligned} \quad (2.65)$$

한편, 정규분포를 따르는 1차의 입사파 시계열  $\zeta_1^{(1)}$  는 필터함수를 거친 단위백색잡음(unit white noise)으로 다음과 같이 표현 가능하다(Neal, 1974).

$$\zeta_1^{(1)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau) N_w(t - \tau) d\tau \quad (2.66)$$

위 식의  $N_w(t)$ 는 단위백색잡음을 나타내며, 필터함수  $a(t)$ 의 자기상관함수는  $\zeta_1^{(1)}$ 의 자기상관함수와 일치하여  $\zeta_1^{(1)}$ 의 스펙트럼적 특성을 보존한다. 이때, Kac & Siegert(1947)에 따르면 단위백색잡음  $N_w(t - \tau)$ 는 다음과 같이 직교함수  $\chi_i(t)$ 를 이용하여 전개할 수 있다.

$$N_w(t - \tau) = \sum_{j=1}^{\infty} W_j(t) \chi_j(\tau), \text{ where } \int_{-\infty}^{\infty} \chi_i(t) \chi_j(t) dt = \delta_{ij} \quad (2.67)$$

식 (2.67)의  $\{W_j(t)\}$ 는 서로 독립인 표준정규 프로세스를 나타낸다. 식 (2.66)-(2.67)을 식 (2.62)에 대입하면,  $\Psi(t)$ 의 1차 성분  $\Psi^{(1)}(t)$ 와 2차 성분  $\Psi^{(2)}(t)$ 는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\Psi^{(1)}(t) = \sum_{j=1}^{\infty} c_j W_j(t), \quad c_j = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau_1) a(\tau_2) \chi_j(\tau_1 + \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (2.68)$$

$$\Psi^{(2)}(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} W_j(t) W_k(t) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \chi_j(\tau_1) \chi_k(\tau_2) K(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (2.69)$$

$$K(\tau_1, \tau_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau_1 - \tau_3) a(\tau_2 - \tau_4) h_2(\tau_3, \tau_4) d\tau_3 d\tau_4 \quad (2.70)$$

식 (2.70)의  $K(\tau_1, \tau_2)$ 는  $\tau_1, \tau_2$ 에 대하여 대칭인 커널로, 고유벡터가 서로 직교하는 특성을 지닌다. 따라서 직교함수인  $\{\chi_j(t)\}$ 를 다음과 같이  $K(\tau_1, \tau_2)$ 의 고유벡터로 정의하는 것이 가능하다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(\tau_1, \tau_2) \chi_j(\tau_2) d\tau_2 = \lambda_j \chi_j(\tau_1) \quad (2.71)$$

위 식의  $\lambda_j$ 는 고유벡터  $\chi_j(t)$ 에 대응되는 고유치를 나타낸다. 식 (2.71)을 식 (2.69)에 대입하면, 2차의 응답  $\Psi^{(2)}(t)$ 를 다음과 같이 표준정규 프로세스  $W_j(t)$ 와 고유치  $\lambda_j$ 로 간단하게 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Psi^{(2)}(t) &= \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} W_j(t) W_k(t) \int_{-\infty}^{\infty} \lambda_k \chi_j(\tau_1) \chi_k(\tau_1) d\tau_1 \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} W_j(t) W_k(t) \lambda_k \delta_{jk} \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \lambda_j [W_j(t)]^2 \end{aligned} \quad (2.72)$$

$\{\chi_j(t)\}$ 를  $K(\tau_1, \tau_2)$ 의 고유벡터로 정의함으로써,  $\Psi^{(2)}(t)$ 의 전개식에서  $W_j(t)$ 의 교차항이 사라진 것을 확인할 수 있다. 따라서  $\Psi(t)$ 는 다음과 같이 간단하게 정리된다.

$$\Psi(t) = \sum_{j=1}^{\infty} c_j W_j(t) + \sum_{j=1}^{\infty} \lambda_j [W_j(t)]^2 \quad (2.73)$$

$\Psi(t)$ 를 식 (2.73)과 같이  $W_j(t)$ 를 이용하여 전개한 것은  $W_j(t)$ 의

통계적 특성을 이용하여  $\Psi(t)$ 의 특성함수(characteristic function)를 구하기 위함이다.  $\{W_j(t)\}$ 가 서로 독립이며 표준정규분포를 따르는 것을 알고 있으므로,  $\Psi(t)$ 의 특성함수  $C_\Psi(\theta)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 C_\Psi(\theta) &\equiv E[e^{i\theta\Psi}] = E\left[e^{i\theta\left(\sum_{j=1}^{\infty}(c_j W_j + \lambda_j W_j^2)\right)}\right] = \prod_{j=1}^{\infty} E\left[e^{i\theta(c_j W_j + \lambda_j W_j^2)}\right] \\
 &= \prod_{j=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}W_j^2} e^{i\theta(c_j W_j + \lambda_j W_j^2)} dW_j \\
 &= \frac{1}{\prod_{j=1}^{\infty} (1 - 2i\lambda_j \theta)^{1/2}} e^{-\sum_{j=1}^{\infty} \frac{c_j^2 \theta^2}{2(1 - 2i\lambda_j \theta)}}
 \end{aligned} \tag{2.74}$$

최종적으로  $\Psi(t)$ 의 확률밀도함수  $p_\Psi(\psi)$ 는  $C_\Psi(\theta)$ 의 푸리에 변환을 통해 다음과 같이 주어진다.

$$p_\Psi(\psi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C_\Psi(\theta) e^{-i\psi\theta} d\theta \tag{2.75}$$

즉, 2차의 볼테라 급수로 표현되는 유체동역학적 응답의 확률밀도함수는 고유치기법을 통해 해석적으로 얻을 수 있다.

$\Psi(t)$ 의 모멘트 생성함수(moment generating function)  $M_\Psi(\theta)$ 는 특성함수와 모멘트 생성함수 사이의 관계식으로부터 아래와 같이 주어진다.

$$M_{\Psi}(\theta) = C_{\Psi}(-i\theta) = \frac{1}{\prod_{j=1}^{\infty} (1 - 2\lambda_j \theta)^{1/2}} e^{-\sum_{j=1}^{\infty} \frac{c_j^2 \theta^2}{2(1 - 2\lambda_j \theta)}} \quad (2.76)$$

위의 모멘트 생성함수를 이용하여  $\Psi(t)$ 의 통계적 모멘트를 고유치  $\lambda_j$ 와 계수  $c_j$ 로 표현할 수 있으며, 첫 4개의 모멘트에 대응되는 평균, 표준편차, 왜도 및 첨도는 아래와 같이 계산된다(Winterstein et al., 1994).

$$\begin{aligned} m_{\Psi} &= \sum_{j=1}^{\infty} \lambda_j, \sigma_{\Psi}^2 = \sum_{j=1}^{\infty} (c_j^2 + 2\lambda_j^2) \\ \alpha_{3\Psi} &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(6c_j^2 \lambda_j + 8\lambda_j^3)}{\sigma_{\Psi}^3}, \alpha_{4\Psi} = 3 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{48(c_j^2 \lambda_j^2 + \lambda_j^4)}{\sigma_{\Psi}^4} \end{aligned} \quad (2.77)$$

식 (2.77)의  $m_{\Psi}$ ,  $\sigma_{\Psi}$ ,  $\alpha_{3\Psi}$ ,  $\alpha_{4\Psi}$ 는 각각  $\Psi(t)$ 의 평균, 표준편차, 왜도 및 첨도를 의미한다.

그러나 식 (2.70)과 (2.71)로 정의된 고유치 문제는 시간영역에서 정의되는 2차의 충격응답함수  $h_2(t_1, t_2)$ 를 계산해야 하는 번거로움이 있으며, 단위백색잡음에 대한 필터함수  $a(t)$  역시 유일하게 정의되지 않는 문제가 있다. 이러한 어려움을 해결하기 위하여, Neal(1974) 및 Naess(1986)는 주파수영역에서의 QTF와 입사파의 스펙트럼을 이용한 변형된 고유치 문제를 유도한 바 있다. 주파수영역에서 정의되는 고유치 문제는 아래와 같다.



$$\int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\omega_1, \omega_2) \varphi_j(\omega_2) d\omega_2 = \lambda_j \varphi_j(\omega_1) \quad (2.78)$$

$$\Gamma(\omega_1, \omega_2) = \sqrt{S(|\omega_1|)S(|\omega_2|)} \tilde{H}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2) \quad (2.79)$$

식 (2.79)의  $S(\omega)$ 는 1차의 입사파  $\zeta_1^{(1)}$ 의 에너지 스펙트럼을 나타낸다. 커널  $\Gamma(\omega_1, \omega_2)$ 는 2-sided QTF를 이용하여 정의되므로, 합주파수와 차주파수 응답이 모두 포함되는 것을 알 수 있다. 또한  $\Gamma(\omega_1, \omega_2)$ 는 2-sided QTF의 특성으로부터 에르미트 커널(Hermitian kernel)임을 쉽게 확인할 수 있으며, 이는 곧 식 (2.78)의 고유치  $\lambda_j$ 가 모두 실수이고 고유벡터  $\{\varphi_j(\omega)\}$ 가 직교성을 가짐을 내포한다. 식 (2.73)의 계수  $c_j$ 는 새로 정의된 고유벡터로부터 아래와 같이 계산된다.

$$c_j = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}^{(1)}(\omega) \sqrt{S(|\omega|)} \varphi_j(\omega) d\omega \quad (2.80)$$

즉, 1차 및 2차 응답의 주파수영역 전달함수가 주어지면, 임의의 해상상태에 대한 응답의 통계적 특성을 해석적으로 파악 가능하다.

Naess(1990)는 위와 같은 고유치 해석기법을 입사파의 스펙트럼이 방향분포성을 갖는 short-crested sea에 대한 문제로 확장하였다. Short-crested sea에서의 고유치 문제는 입사파의 스펙트럼  $S(\omega, \beta)$ 와 bi-directional QTF  $\tilde{H}^{(2)}(\omega_1, \beta_1; \omega_2, \beta_2)$ 로부터 아래와 같이 정의된다.

$$\int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\omega_1, \beta_1; \omega_2, \beta_2) \varphi_j(\omega_2, \beta_2) d\omega_2 d\beta_2 = \lambda_j \varphi_j(\omega_1, \beta_1) \quad (2.81)$$

$$\Gamma(\omega_1, \beta_1; \omega_2, \beta_2) = \sqrt{S(|\omega_1|, \beta_1) S(|\omega_2|, \beta_2)} \tilde{H}^{(2)}(\omega_1, \beta_1; -\omega_2, \beta_2) \quad (2.82)$$

$$c_j = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}^{(1)}(\omega, \beta) \sqrt{S(|\omega|, \beta)} \psi_j(\omega, \beta) d\omega d\beta \quad (2.83)$$

특성함수, 확률밀도함수, 모멘트 등에 대한 수식은 식 (2.81)-(2.83) 정의된 계수  $c_j$ 와 고유치  $\lambda_j$ 를 이용하여 단일 방향 입사파에 대해 유도된 식을 그대로 사용 가능하다.

식 (2.81)을 수치적으로 풀기 위해서는 적분 형태로 주어진 고유치 문제를 이산화하여 행렬로 표현해야 한다. 주파수  $\omega$ 를  $M$ 개의 성분으로, 입사방향  $\beta$ 를  $N$ 개의 성분으로 이산화하는 경우, 식 (2.81)은 다음과 같이 변형된다.

$$\sum_{j=-M}^M \sum_{l=1}^N \Gamma_{ijkl} \varphi(\omega_j, \beta_l) = \lambda \varphi(\omega_i, \beta_k), \quad \Gamma_{ijkl} = \Delta\omega \Delta\beta \Gamma(\omega_i, \beta_k; \omega_j, \beta_l) \quad (2.84)$$

식 (2.84)의  $\Delta\omega$ 와  $\Delta\beta$ 는 각각 주파수와 입사방향의 이산화 간격을 의미한다. 위 식의  $\Gamma_{ijkl}$ 은 다음과 같이  $(2MN) \times (2MN)$ 의 행렬  $G_{mn}$ 으로 표현 가능하다.

$$G_{mn} = \Gamma_{ijkl} \quad \text{with} \quad \begin{cases} m = (2k-1)M + i \\ n = (2l-1)M + j \end{cases} \quad \begin{matrix} i, j = -M, \dots, M \\ k, l = 1, \dots, N \end{matrix} \quad (2.85)$$

### 2.2.2 에르미트 모멘트 기법

앞서 소개한 고유치 해석기법이 2차의 볼테라 급수로 표현되는 변수의 통계적 특성에 대한 엄밀해를 주는 기법이라면, 에르미트 모멘트 기법은 보다 일반적인 비가우시안(non-Gaussian) 변수에 대하여 확률분포의 근사해(approximate solution)를 추정하는 기법으로 볼 수 있다. 에르미트 모멘트 기법의 기본적인 개념은 비가우시안 변수를 표준정규 프로세스로 치환하는 사상함수를 정의하는 것으로, 이때 사상함수의 미정계수는 비가우시안 변수의 모멘트를 이용하여 계산된다. 에르미트 모멘트 기법이 고유치 해석을 통해 직접 확률분포를 계산하는 것과 비교할 때 갖는 큰 장점은 바로 이 사상함수를 이용하여 비가우시안 응답의 상향교차율 및 극댓값의 분포를 유도할 수 있다는 점에 있다. 특히, 일반적으로 통계적 모멘트의 계산을 위해서는 응답의 시계열을 필요로 하나, 2차의 볼테라 급수의 경우 고유치 해석을 통해 모멘트 생성함수가 주어지므로 시계열을 생성하는 번거로움 역시 피할 수 있다.

Winterstein(1988)은 4차의 에르미트 다항식 전개를 통해 사상함수  $g$ 를 다음과 같은 꼴로 정의하였다.

$$\Psi = g(U) = m_{\Psi} + \kappa\sigma_{\Psi} \left[ U + \sum_{n=3}^4 \hat{h}_n \text{He}_{n-1}(U) \right] \quad (2.86)$$

$$\text{He}_n(u) = (-1)^n e^{\frac{u^2}{2}} \frac{d^n}{du^n} e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (2.87)$$

위 식의  $U$ 는 사상함수로  $\Psi$ 와 연결된 표준정규 프로세스를 의미하며,  $He_n$ 은  $n$ 차의 에르미트 다항식을 나타낸다. 또한  $\kappa$ 는 양변의 분산을 맞추기 위한 scaling factor를 나타내며,  $\hat{h}_3$  와  $\hat{h}_4$  는 확률분포의 모양을 결정짓는 역할을 하는 미정계수이다.  $\kappa$ 와  $\hat{h}_3$ ,  $\hat{h}_4$  는  $\Psi$ 의 왜도  $\alpha_{3\Psi}$  및 첨도  $\alpha_{4\Psi}$ 와 아래의 관계식을 만족한다.

$$\begin{cases} \kappa^2(1 + 2\hat{h}_3^2 + 6\hat{h}_4^2) = 1 \\ \alpha_{3\Psi} = \kappa^3(8\hat{h}_3^3 + 108\hat{h}_3\hat{h}_4^2 + 36\hat{h}_3^2\hat{h}_4 + 6\hat{h}_3) \\ \alpha_{4\Psi} = \kappa^4(60\hat{h}_3^4 + 3348\hat{h}_4^4 + 2232\hat{h}_3^2\hat{h}_4^2 + \\ 60\hat{h}_3^2 + 252\hat{h}_4^2 + 1296\hat{h}_4^3 + 576\hat{h}_3^2\hat{h}_4 + 24\hat{h}_4 + 3) \end{cases} \quad (2.88)$$

Yang et al.(2013)은 위의  $\kappa$ ,  $\hat{h}_3$ ,  $\hat{h}_4$ 에 대한 연립방정식을 다양한 왜도 및 첨도에 대하여 수치적으로 풀이하여, 이로부터  $\hat{h}_3$  와  $\hat{h}_4$ 의 근사해를 다음과 같이 제시하였다.

$$\begin{aligned} \hat{h}_3 &= p_1\alpha_{3\Psi} + p_2\alpha_{3\Psi}\alpha_{4\Psi} + p_3\alpha_{3\Psi}^3 + p_4\alpha_{3\Psi}\alpha_{4\Psi}^2 + p_5\alpha_{3\Psi}^3\alpha_{4\Psi} \\ &\quad + p_6\alpha_{3\Psi}\alpha_{4\Psi}^3 + p_7\alpha_{3\Psi}^5 + p_8\alpha_{3\Psi}^3\alpha_{4\Psi}^2 + p_9\alpha_{3\Psi}\alpha_{4\Psi}^4 \\ \hat{h}_4 &= p_1 + p_2\alpha_{4\Psi} + p_3\alpha_{3\Psi}^2 + p_4\alpha_{4\Psi}^2 + p_5\alpha_{3\Psi}^2\alpha_{4\Psi} + p_6\alpha_{4\Psi}^3 + p_7\alpha_{3\Psi}^4 \\ &\quad + p_8\alpha_{3\Psi}^2\alpha_{4\Psi}^2 + p_9\alpha_{4\Psi}^4 + p_{10}\alpha_{3\Psi}^4\alpha_{4\Psi} + p_{11}\alpha_{3\Psi}^2\alpha_{4\Psi}^3 + p_{12}\alpha_{4\Psi}^5 \end{aligned} \quad (2.89)$$

식 (2.89)의 계수  $p_n$ 은 Table 2.1에 정리되어있다. 사상함수의 계산이 완료되면  $\Psi$ 의 누적분포함수(cumulative distribution function)  $P_\Psi$ 와

확률밀도함수  $p_\Psi$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_\Psi(\psi) = \Pr[\Psi(t) \leq \psi] = \Phi[g^{-1}(\psi)] \quad (2.90)$$

$$p_\Psi(\psi) = \frac{dP_\Psi}{d\psi} = \phi[g^{-1}(\psi)] \frac{d}{d\psi} g^{-1}(\psi) \quad (2.91)$$

위 식의  $\Phi$ 와  $\phi$ 는 각각 표준정규 프로세스  $U$ 의 누적분포함수와 확률밀도함수를 나타내는 것으로, 일반적인 표현법을 따라 속도 포텐셜과 같은 기호를 사용하였음을 유의 바란다.

Table 2.1 Coefficients of the fitting polynomials in Eq. (2.89)

Coefficients	For $\hat{h}_3$	For $\hat{h}_4$
$p_1$	$1.967 \times 10^{-1}$	$-7.210 \times 10^{-2}$
$p_2$	$-1.646 \times 10^{-2}$	$3.176 \times 10^{-2}$
$p_3$	$1.809 \times 10^{-2}$	$-2.942 \times 10^{-2}$
$p_4$	$7.438 \times 10^{-4}$	$-1.790 \times 10^{-3}$
$p_5$	$-9.209 \times 10^{-4}$	$2.348 \times 10^{-3}$
$p_6$	$-1.366 \times 10^{-5}$	$5.965 \times 10^{-5}$
$p_7$	$1.527 \times 10^{-4}$	$-6.282 \times 10^{-4}$
$p_8$	$1.070 \times 10^{-5}$	$-6.355 \times 10^{-5}$
$p_9$	$8.823 \times 10^{-8}$	$-9.692 \times 10^{-7}$
$p_{10}$	-	$1.497 \times 10^{-5}$
$p_{11}$	-	$5.457 \times 10^{-7}$
$p_{12}$	-	$6.049 \times 10^{-9}$

$\Psi(t)$ 의  $z$ -상향교차율은 평균상향교차(mean-upcrossing) 1회당  $z$ -상향교차 횟수의 기댓값을 의미한다. 특히  $\Psi(t)$ 이 스펙트럼의 주파수대역폭이 매우 작은 협대역(narrow-banded) 프로세스인 경우, 이는  $\Psi(t)$ 의 극댓값의 초과확률분포(exceedance probability distribution)와 일치하게 된다. 표준정규 프로세스  $U(t)$ 의 상향교차율은 Rayleigh 분포를 따르는 것이 알려져 있으므로,  $\Psi(t)$ 의 상향교차율은 사상함수  $g$ 를 이용하여 다음과 같이 계산된다 (Winterstein, 1988).

$$\frac{\nu_{\Psi}(z)}{\nu_{\Psi}(m_{\Psi})} = \frac{\nu_U(g^{-1}(z))}{\nu_U(0)} = \exp\left[-\frac{1}{2}\{g^{-1}(z)\}^2\right] \quad (2.92)$$

위 식의  $\nu_{\Psi}(z)$ 와  $\nu_U(z)$ 는 각각  $\Psi(t)$ 와  $U(t)$ 의  $z$ -상향교차빈도( $z$ -upcrossing frequency)를 의미한다.

$\Psi(t)$ 의 시간  $T$  동안의 최댓값의 확률분포는  $\Psi(t)$ 의 상향교차율로부터 계산할 수 있다. 먼저  $\Psi(t)$ 이 협대역 응답인 경우, 극한값이 서로 독립적으로 발생하는 Poisson 프로세스로 가정하면  $\Psi(t)$ 의 최댓값의 분포는 다음과 같이 주어진다.

$$P_{\max}(z) = \Pr\left[\max(\Psi(t)|0 \leq t \leq T) < z\right] = \exp[-\nu_{\Psi}(z)T] \quad (2.93)$$

그러나  $\Psi(t)$ 이 주파수대역폭이 넓은 광대역(broad-banded) 응답인 경우에는 극한값이 Poisson 방식으로 발생한다는 가정이 성립하지

않게 된다. Winterstein(1984)은 이러한 경우에 대하여, 극한값의 clustering 효과를 고려하기 위한 보정함수  $\gamma$ 를 도입하여 수정된  $P_{\max}$ 를 아래와 같이 제시하였다.

$$P_{\max}(z) = \exp[-\nu_{\Psi}(z)\gamma(z)T] \quad (2.94)$$

$$\gamma(z) = 1 - 2\Phi\left[-\sqrt{\pi\mu}g^{-1}(z)\right] \quad (2.95)$$

$$\mu = \left[8\pi^2\nu_{\Psi}(m_{\Psi})\int_{-\infty}^{\infty}S_{\Psi}^2(\omega)d\omega\right]^{-1} \quad (2.96)$$

식 (2.96)의  $S_{\Psi}(\omega)$ 는  $\Psi(t)$ 의 응답 스펙트럼을 나타내며, 이는 입사파의 스펙트럼과  $\Psi(t)$ 의 RAO 및 QTF로부터 다음과 같이 계산 가능하다.

$$S_{\Psi}(\omega) = \left|\tilde{H}^{(1)}(\omega)\right|^2 S(\omega) + 8\int_0^{\infty}\left|\tilde{H}^{(2)}(\omega-\mu,\mu)\right|^2 S(|\omega-\mu|)S(|\mu|)d\mu \quad (2.97)$$

한편, 계류선이나 텐던의 피로하중 산정을 위해서는 장력 시계열에서 나타나는 모든 극댓값의 확률분포가 요구된다. 협대역 응답의 경우 이는 상향교차율과 일치하므로 쉽게 계산 가능하나, 광대역의 2차 볼테라 급수의 모든 극댓값의 확률분포에 대한 식은 현재까지 주어진 바 없는 상황이다. 이에 따라 본 연구에서는 사상함수  $g$ 를 이용하여 2차 볼테라 급수의 극댓값의 확률분포를 유도하였으며, 이에 대한 유도 과정은 다음과 같다. 먼저 표준정규 프로세스  $U(t)$ 의 모든 극댓값의 확률밀도함수  $\hat{p}_U$ 는 다음과 같이 주어진다(Cartwright & Longuet-Higgins, 1956).

$$\hat{p}_U(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ \varepsilon_U e^{-\frac{u^2}{2\varepsilon_U^2}} + \sqrt{1-\varepsilon_U^2} u e^{-\frac{u^2}{2}} \int_{-\infty}^{\frac{u\sqrt{1-\varepsilon_U^2}}{\varepsilon_U}} e^{-\frac{1}{2}s^2} ds \right] \quad (2.98)$$

$$\varepsilon_U = \sqrt{1 - \frac{m_{U,2}^2}{m_{U,0}m_{U,4}}}$$

위 식의  $\varepsilon_U$  는  $U(t)$ 의 주파수 대역폭을 나타내며,  $m_{U,n}$  은  $U(t)$ 의  $n$ 차 스펙트럼 모멘트(spectral moment)를 가리킨다.  $U(t)$ 의 스펙트럼  $S_U(\omega)$ 는 식 (2.97)로 주어지는  $\Psi(t)$ 의 스펙트럼과 다음의 관계식을 만족한다(Winterstein, 1988).

$$S_\Psi(\omega) = (\kappa\sigma_\Psi)^2 \left\{ S_U(\omega) + \sum_{n=3}^4 (n-1)! \hat{h}_n^2 [S_U(\omega)]_{n-1} \right\} \quad (2.99)$$

위 식의  $[S_U(\omega)]_n$ 은  $S_U(\omega)$ 의  $n$ -컨볼루션제곱( $n$ -fold convolution)을 의미한다. 이때, 식 (2.99)로부터  $\Psi(t)$ 의 스펙트럼 모멘트와  $U(t)$ 의 스펙트럼 모멘트 사이의 다음과 같은 관계식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} m_{\Psi,1} &= (\kappa\sigma_\Psi)^2 \left[ m_{U,1} + 2\hat{h}_3^2 (2m_{U,1}) + 6\hat{h}_4^2 (3m_{U,1}) \right] \\ m_{\Psi,2} &= (\kappa\sigma_\Psi)^2 \left[ m_{U,2} + 2\hat{h}_3^2 (2m_{U,2} + 2m_{U,1}^2) + 6\hat{h}_4^2 (3m_{U,2} + 6m_{U,1}^2) \right] \\ m_{\Psi,3} &= (\kappa\sigma_\Psi)^2 \left[ m_{U,3} + 2\hat{h}_3^2 (2m_{U,3} + 6m_{U,2}m_{U,1}) \right. \\ &\quad \left. + 6\hat{h}_4^2 (3m_{U,3} + 18m_{U,2}m_{U,1} + 6m_{U,1}^3) \right] \\ m_{\Psi,4} &= (\kappa\sigma_\Psi)^2 \left[ m_{U,4} + 2\hat{h}_3^2 (2m_{U,4} + 8m_{U,3}m_{U,1} + 6m_{U,2}^2) \right. \\ &\quad \left. + 6\hat{h}_4^2 (3m_{U,4} + 24m_{U,3}m_{U,1} + 18m_{U,2}^2 + 36m_{U,2}m_{U,1}^2) \right] \end{aligned} \quad (2.100)$$



식 (2.100)의  $m_{\Psi,n}$ 는  $\Psi(t)$ 의  $n$ 차 스펙트럼 모멘트를 나타내며, 이는 식 (2.97)의  $S_{\Psi}(\omega)$ 로부터 직접 계산 가능하다. 즉, 식 (2.100)은  $m_{U,n}$  ( $n=1,2,3,4$ )에 대한 비선형 연립방정식으로, 이를 풀이하여  $\varepsilon_U$ 를 계산하고 식 (2.98)에 대입함으로써  $\hat{p}_U$ 를 얻을 수 있다. 최종적으로  $\Psi(t)$ 의 모든 극댓값의 확률밀도함수  $\hat{p}_{\Psi}$ 는 다음과 같이 나타난다.

$$\hat{p}_{\Psi}(z) = \hat{p}_U \left[ g^{-1}(z) \right] \frac{d}{dz} g^{-1}(z) \quad (2.101)$$

## 2.3 극한 비선형 응답에 대한 설계파 해석

설계파 해석은 시간영역 해석을 반드시 필요로 하는 비선형 응답의 극한값을 효율적으로 산정하기 위해 도입된 해석 기법이다. 설계파 해석의 기본 개념은 극한 응답을 발생시키는 짧은 시계열의 입사파를 이용한 시간영역 해석을 통해 보다 긴 반복주기에 해당하는 극한응답을 추정하는 것으로, 이는 선형 극한응답을 발생시키는 입사파가 같은 반복주기에 해당하는 비선형 극한응답을 일으킨다는 가정 하에 이루어진다. 초기의 설계파 해석은 규칙 설계파를 이용하여 수행되었다. 그러나 서론에서 언급하였듯이, 규칙파를 이용하는 설계파 해석기법은 비물리적인 설계파의 생성 가능성, 스펙트럼 정보의 부재, 규칙적인 극한응답의 발생이라는 가정의 비합리성 등 몇 가지 논리적인 문제점을 안고 있다. 이에 따라 다수의 연구에서 불규칙파를 이용한 설계파 해석기법이 제시되어왔으며, 이중 Tromans et al.(1991)이 제시한 New wave 모델은 불규칙 설계파 해석기법의 시초이자 가장 대표적인 해석기법으로 여겨진다.

New wave는 특정시점  $t_0$ 에서 극댓값  $a_0$ 를 갖는 무수히 많은 선형 입사파의 평균 프로파일을 의미하며, Tromans et al.(1991)은 이 평균 프로파일을 수학적으로 유도하고, 극한 비선형 파랑하중 추정을 위한 설계파로 사용할 것을 제안하였다. New wave  $\zeta_{NW}(t)$ 의 수학적 정의는 다음과 같다.

$$\zeta_{NW}(t) \equiv E \left[ \zeta_I^{(1)}(t) \middle| \zeta_I^{(1)}(t_0) = \alpha_0, \dot{\zeta}_I^{(1)}(t_0) = 0 \right] \quad (2.102)$$

Tromans et al.(1991)에 의하면,  $\zeta_{NW}(t)$  는  $\zeta_I^{(1)}$  의 자기상관함수  $R_I(\tau)$ 에 극댓값  $\alpha_0$ 를 곱한 식으로 다음과 같이 간단하게 정리된다.

$$\zeta_{NW}(t) = \alpha_0 R_I(t - t_0) = \alpha_0 \times \frac{\int_0^\infty S(\omega) \cos[\omega(t - t_0)] d\omega}{\int_0^\infty S(\omega) d\omega} \quad (2.103)$$

즉, New wave는 입사파의 스펙트럼  $S(\omega)$ 로부터 매우 간단하게 계산 가능하며, 규칙 설계파와 해상상태의 스펙트럼 정보를 내재하게 된다. Fig. 2.4는 New wave를 시각적으로 설명하기 위한 것으로, 시간  $t_0$ 에서 극댓값  $\alpha_0$ 를 갖는 무수히 많은 입사파의 평균 프로파일이 입사파의 자기상관함수 모양과 일치하는 것을 확인할 수 있다.

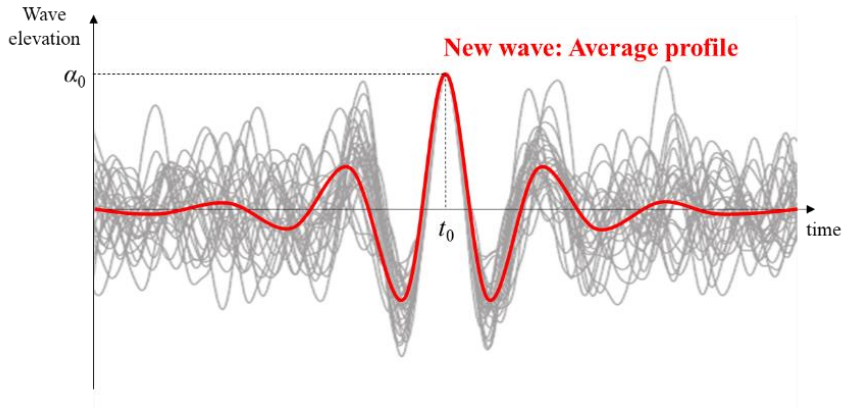


Fig. 2.4 Visual explanation of New wave model

그러나 New wave 모델은 설계파의 정의에 있어 응답의 특성이 전혀 고려되지 않기 때문에, 동적 효과가 큰 응답에 대해서는 적용이 어려운 한계가 있다. Adegeest et al.(1998)은 이러한 문제를 해결하기 위하여, New wave의 이론을 1차의 선형 응답  $\Psi^{(1)}(t)$ 에 적용하여 선형 극한 응답의 평균 프로파일을 계산하고, 이를 유도하는 입사파를 설계파로 사용하는 Most-likely extreme response 기법을 제시하였다. Most-likely extreme response 기법에서는 식 (2.103)의 입사파 스펙트럼  $S(\omega)$ 를 선형 응답의 스펙트럼  $S_\Psi^{(1)}(\omega)$ 로 변경하여, 선형 극한 응답의 평균 프로파일  $\Psi_{ML}^{(1)}(t)$ 을 다음과 같이 계산한다.

$$\Psi_{ML}^{(1)}(t) = \alpha_0 \times \frac{\int_0^\infty S_\Psi^{(1)}(\omega) \cos[\omega(t-t_0)] d\omega}{\int_0^\infty S_\Psi^{(1)}(\omega) d\omega} \approx \sum_i \bar{A}_i \cos[\omega_i(t-t_0)] \quad (2.104)$$

$$\bar{A}_i = \frac{\alpha_0 S_\Psi^{(1)}(\omega_i) \Delta\omega}{\int_0^\infty S_\Psi^{(1)}(\omega) d\omega}$$

$$S_\Psi^{(1)}(\omega) = \left| \tilde{H}^{(1)}(\omega) \right|^2 S(\omega) \quad (2.105)$$

식 (2.104)에서 사용되는 극댓값  $\alpha_0$ 는 원하는 반복주기에 해당하는  $\Psi^{(1)}(t)$ 의 극한응답을 나타내며, 이는  $\Psi^{(1)}(t)$ 의 정규분포적 특성으로 인해  $S_\Psi^{(1)}(\omega)$ 로부터  $\Psi^{(1)}(t)$ 의 분산만 구하면 쉽게 계산할 수 있다. 이때,  $\Psi_{ML}^{(1)}(t)$ 를 유도하는 설계파  $\zeta_{de}(t)$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\zeta_{de}(t) = \sum_i A_i \cos(\omega_i t + \varepsilon_i), \quad A_i = \frac{\bar{A}_i}{|H^{(1)}(\omega_j)|}, \quad \varepsilon_i = -\omega_i t_0 - \angle[H^{(1)}(\omega_i)] \quad (2.106)$$

식 (2.106)의  $\angle$  는 복소수의 위상을 의미하는 연산자이다. 이후,  $\zeta_{de}(t)$  를 이용한 시간영역 해석을 통해 비선형 극한응답을 산정하는 것이 Most-likely extreme response 기법의 기본적인 개념이다.

그러나 Most-likely extreme response 기법은 정규분포를 따르는 불규칙 시계열의 평균 프로파일에 대한 식에 기반한 것으로, 1차의 성분이 주를 이루는 유체동역학적 응답에 대해서만 적용이 가능한 한계가 있다. 보다 일반적인 비선형 응답에 대해 적용 가능한 설계파 해석기법으로는 Jensen(2007, 2008)에 의해 제시된 FORM 기법이 있다. FORM 기법에서는 극한응답을 나타내는 한계상태함수 (limit state function)를 입사파의 위상에 대하여 정의하고, 이를 FORM을 이용하여 풀이한다. FORM 기법에서 정의되는 입사파의 기본형은 다음과 같다.

$$\zeta_1^{(1)}(t) = \sum_i (u_i \sigma_i \cos \omega_i t - \bar{u}_i \sigma_i \sin \omega_i t), \quad \sigma_i^2 = S(\omega_i) \Delta \omega \quad (2.107)$$

식 (2.107)의  $u_i$ ,  $\bar{u}_i$  는 표준정규분포를 따르는 변수를 의미하며, 주파수성분  $\omega_i$ 의 위상을 결정하는 역할을 한다. 이때, 극한응답을 나타내는 한계상태함수  $g_i$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$g_l(u_1, \bar{u}_1, u_2, \bar{u}_2, \dots, u_n, \bar{u}_n) \equiv \alpha_0 - Y(t_0 | u_1, \bar{u}_1, u_2, \bar{u}_2, \dots, u_n, \bar{u}_n) = 0 \quad (2.108)$$

위 식의  $Y(t)$ 는 일반적인 유체동역학적 응답을 나타내는 것으로, 통계적으로나 수학적으로 아무런 제약 조건이 없기 때문에 2차 이상의 응답에 대해서도 적용이 가능하다. FORM 기법에서는 한계상태함수가 0이 되는 위상  $(u_1, \bar{u}_1, \dots, u_n, \bar{u}_n)$  중 원점에서 가장 가까운 점, 즉 MPFP(most probable failure point)를 FORM을 이용하여 탐색함으로써 설계파의 위상을 결정한다. FORM에서 정의하는 설계파의 최종 수식은 다음과 같다.

$$\zeta_{dc}(t) = \sum_i (u_i^* \sigma_i \cos \omega_i t - \bar{u}_i^* \sigma_i \sin \omega_i t) \quad (2.109)$$

$$\text{where } \sqrt{\sum_i \left[ (u_i^*)^2 + (\bar{u}_i^*)^2 \right]} = \beta_{\text{FORM}} \equiv \min \sqrt{\sum_i \left[ u_i^2 + \bar{u}_i^2 \right]}$$

이렇듯 FORM 기법은 이론적으로 응답의 차수에 관계없이 적용이 가능하나, 실제로 저주파 표류운동 등의 2차 응답에 대해 적용한 사례는 다소 부족하여 그 유효성에 대한 검증이 필요한 상황이다. 이와 별개로 본 연구에서는 대표적인 2차의 응답인 저주파 표류운동의 극한값을 효율적으로 예측하기 위한 새로운 설계파 해석기법을 제시하였으며, 이를 FORM 기법의 적용 결과와 비교하여 각 기법의 적용 가능성 및 장단점을 파악하고자 하였다. 본 연구에서 새로이 제시한 저주파 표류운동에 대한 설계파 해석기법은 제 4장에서 설명하도록 하겠다.

### 3. 2차의 유체동역학적 응답에 대한 통계해석

#### 3.1 반잠수식 플랫폼의 저주파 표류운동

본 절에서는 저주파 표류운동에 대한 통계해석 결과를 살펴본다. 먼저 동적 시스템의 선형화를 통해 2차의 볼테라 급수로 표현된 저주파 표류운동에 대해 고유치 해석기법을 적용하여 해석기법의 정확도를 검증하였으며, 시간영역 플랫폼-계류선 연성해석을 통해 계산되는 저주파 표류운동의 확률분포와 비교하여 실제 비선형 동적 시스템에서 나타나는 저주파 표류운동에 대한 고유치 해석기법의 적용 가능성을 검토하였다. 계산 모델로는 반잠수식 플랫폼을 사용하였으며, 계류시스템은 chain-polyester-chain의 혼합 계류선으로 구성하였다.

##### 3.1.1 계산 모델 및 주파수영역 해석 결과

Fig. 3.1은 해석에 사용된 반잠수식 플랫폼 및 계류시스템의 형상을 나타낸 것이다. 반잠수식 플랫폼은 원기둥 형태의 stabilizing column과 4개의 폰툰으로 구성되어 있으며, 20개의 계류선이 5개씩 4개의 그룹으로 나뉘어 플랫폼에 연결되어 있다. Table 3.1과 Table 3.2는 각각 플랫폼과 계류선의 주요 제원을 정리한 것이다.

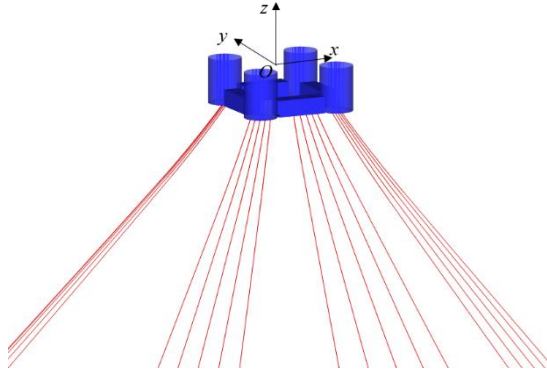


Fig. 3.1 Geometry of the semi-submersible platform and the mooring lines

Table 3.1 Principal particulars of the semi-submersible platform

Designation	Value
Displacement	143,528ton
Column diameter	29.0m
Pontoon length	43.5m
Pontoon breadth	15.0m
Pontoon height	14.5m
Draft	40.0m
KG	33.0m
Radii of gyration (roll, pitch)	44.3m
Radius of gyration (yaw)	45.9m
Surge natural period	240.0s

Table 3.2 Mooring system specification for semi-submersible model

Designation		Value	
Water depth		3048.0m	
Pretension		1250kN	
Number of mooring lines		20(4×5)	
Angle between adjacent lines		5°	
Designation	Segment 1 (Ground section)	Segment 2 (Mid-section)	Segment 3 (Top section)
Length	121.9m	4053.8m	91.44m
Diameter	101.6mm	180.1mm	101.6mm
Dry weight	2112.5N/m	213.0N/m	2112.5N/m
Wet weight	1837.5N/m	55.6N/m	1837.5N/m
<i>EA</i>	$1.04 \times 10^6 \text{kN}$	$0.24 \times 10^6 \text{kN}$	$1.04 \times 10^6 \text{kN}$



Fig. 3.2는 계류선에 의한 전후동요 방향의 복원력 곡선을 나타낸다. Pretension이 강하게 걸리는 taut mooring system의 특성상, 계류선에 의한 복원력의 비선형성은 다소 약한 것을 확인할 수 있다.

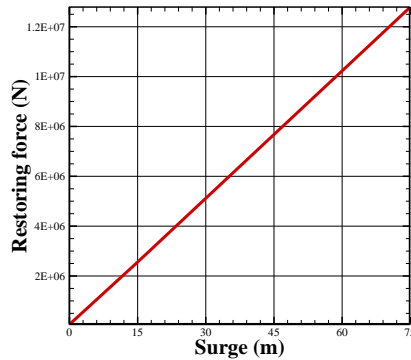


Fig. 3.2 Static restoring force curve in surge- direction

반잠수식 플랫폼에 대한 주파수영역 전달함수의 계산은 SWIM 프로그램을 이용하여 수행되었다. SWIM은 원형 실린더 주변의 1차 및 2차 속도 포텐셜에 대한 해석적인 식을 이용하여 column-stabilizing 플랫폼의 주파수영역 전달함수를 계산하는 프로그램으로, 수치해석기법을 사용하는 프로그램이 아니기에 별도의 격자 혹은 패널 모델을 필요로 하지 않는다. Fig. 3.3은 입사각 0°의 입사파에 대한 반잠수식 플랫폼의 전후동요 및 상하동요 운동응답 RAO를 나타내며, Fig. 4.4는 동일 방향 입사파에 대한 전후동요 방향의 2차 차주파수 파랑 기진력 및 파표류감쇠력 QTF를 나타낸다.

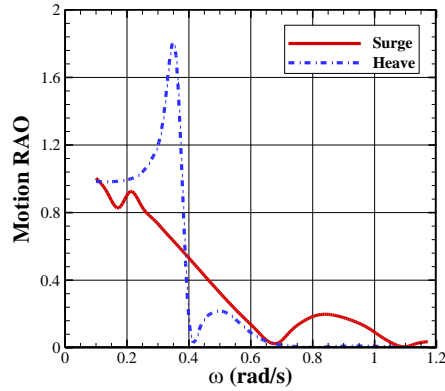


Fig. 3.3 Linear motion RAOs of the semi-submersible platform in surge and heave modes

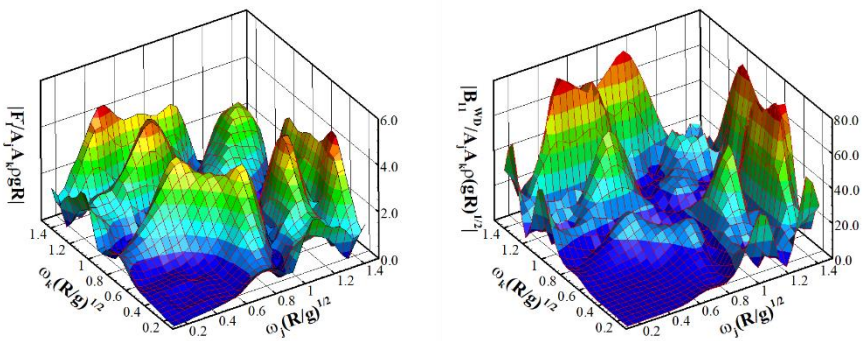


Fig. 3.4 Difference frequency wave exciting force QTF (left) and the wave-drift damping QTF (right) of the semi-submersible platform in surge-direction ( $R$ : column radius)

저주파 표류운동 QTF의 경우, 주파수영역 유동해석 프로그램을 이용하여 계산하는 것은 다소 비효율적일 수 있다. 이는 수평방향 운동성분의 고유주파수가 매우 낮기 때문이다. 위 반잠수식 플랫폼의 전후동요 운동응답 고유주기는 약 240초로, 해당 주파수

성분을 QTF에 나타내기 위해서는 주파수 간격을 약 0.025rad/s 이하의 값으로 취해야 한다. QTF의 계산에 걸리는 일반적인 소요 시간을 고려할 때, 이는 매우 비효율적인 계산을 초래함을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 차주파수 파랑 기진력 QTF를 보다 촘촘한 주파수 간격에 대하여 내삽(interpolation)하고, 선형화된 저주파 표류운동 방정식을 풀이하여 저주파 표류운동의 QTF를 계산하였다. 식 (2.52)로 주어진 저주파 표류운동 방정식의 비선형 감쇠력과 복원력을 적절한 계수를 통해 선형화하면 다음과 같이 변형된다.

$$(\mathbf{M} + \mathbf{A}_0) \frac{d^2 \mathbf{X}_L}{dt^2} + (\bar{\mathbf{B}}_{WD} + \mathbf{B}_V) \frac{d \mathbf{X}_L}{dt} + (\mathbf{C} + \mathbf{C}_M) \mathbf{X}_L = \mathbf{F}_{exc}^{(-)}(t) \quad (3.1)$$

식 (3.1)의  $\bar{\mathbf{B}}_{WD}$ 는 평균 파표류감쇠력 계수행렬을 의미하며, 파표류 감쇠력 QTF의 대각성분으로부터 계산된다.  $\mathbf{B}_V$ 는 점성항력에 의한 감쇠력의 등가선형감쇠계수(equivalent linear damping coefficient) 행렬로, 에너지 소실량 보존 이론을 통해 계산할 수 있다.  $\mathbf{C}_M$ 은 계류선에 의한 선형화된 복원력 계수 행렬을 의미한다. 본 논문에서는 위와 같이 선형화된 운동방정식으로부터 계산되는 저주파 표류운동을 이하 선형화된 저주파 표류운동이라고 칭하며, 식 (2.52)의 비선형 저주파 표류운동  $\mathbf{X}(t)$ 와의 구분을 위해  $\mathbf{X}_L(t)$ 로 표시하도록 하겠다. 식 (3.1)을 주파수영역에서 풀이하면 6자유도의 저주파 표류운동 QTF는 다음과 같이 계산된다.

$$\mathbf{H}_M^{(-)}(\omega_1, \omega_2) = \left[ \begin{array}{c} -(\omega_1 - \omega_2)^2 (\mathbf{M} + \mathbf{A}_0) \\ + i(\omega_1 - \omega_2) (\bar{\mathbf{B}}_{WD} + \mathbf{B}_V) + (\mathbf{C} + \mathbf{C}_M) \end{array} \right]^{-1} \mathbf{H}_F^{(-)}(\omega_1, \omega_2) \quad (3.2)$$

Fig. 3.5는 입사각 0°의 입사파에 대한 반잠수식 플랫폼의 전후동요 저주파 표류운동 QTF를 나타낸다. 그림을 살펴보면, 저주파 표류운동의 QTF는 차주파수가 전후동요 응답의 고유주파수와 가까운 대각성분 주변 영역에서만 유의미한 값을 갖는 매우 날카로운 모양으로 나타남을 알 수 있다.

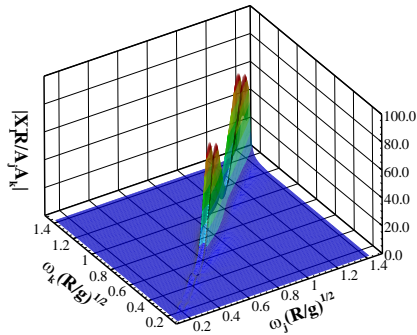


Fig. 3.5 Slow-drift surge motion QTF of the semi-submersible platform ( $R$ : column radius)

### 3.1.2 저주파 표류운동에 대한 통계해석

저주파 표류운동의 통계 해석에 사용된 해상상태는 유의파고 (significant wave height) 10.0m, 스펙트럼 최고주기(spectral peak period)

12.0초의 극한 해상상태를 선택하였다. 파랑 스펙트럼은 peak enhancement factor 값 3.3의 JONSWAP 스펙트럼을 사용하였으며, 입사각  $0^\circ$ 의 단일방향 입사파(long-crested sea)를 가정하였다. Fig. 3.6은 해석 조건에서의 입사파의 스펙트럼을 나타낸다.

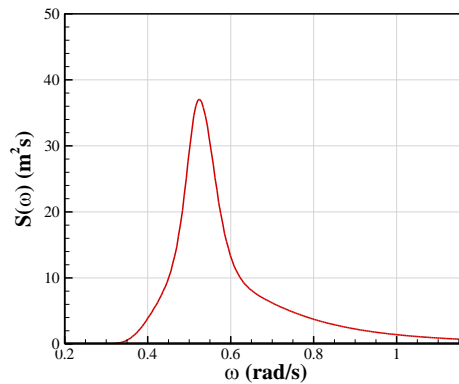


Fig. 3.6 Incident wave spectrum of the test condition for the slow-drift motion

Fig. 3.7은 해석 조건에서의  $x$ -방향 차주파수 파랑 기진력 및 선형화된 전후동요 저주파 표류운동의 응답 스펙트럼을 나타낸 것이다. 차주파수 파랑 기진력은 넓은 주파수 범위에 걸쳐서 스펙트럼이 형성되어 있는 것에 비해, 저주파 표류운동은 공진 주파수 주변 영역에 응답 스펙트럼이 국한되어 있는 것을 확인할 수 있다. 그러나 각 스펙트럼의 주파수 대역폭은 육안으로 관찰되는 이와 같은 특성과 반대의 결과를 보이고 있다. Table 3.3은 입사파 및 차주파수 파랑 기진력과 저주파 표류운동 스펙트럼의 주파수 대역폭을 정리한 것이다. 입사파 스펙트럼의 주파수 대역폭은 약 0.486으로 협대역 가정이 성립할 정도의 값을 보이며, 차주파수

파랑 기진력의 주파수 대역폭은 보다 큰 값인 0.812로 나타난다. 그러나 가장 좁은 주파수 범위에 밀집되어 있는 저주파 표류운동 스펙트럼의 주파수 대역폭은 약 0.931로, 저주파 표류운동이 보이는 것과 달리 매우 광대역의 응답임을 나타내고 있다. 이는 스펙트럼의 에너지가 밀집된 곳이 주파수가 0에 가까운 저주파 영역이기 때문에 발생하는 현상으로, 저주파 표류운동은 공진 응답임에도 불구하고 협대역 가정을 적용하기 어려움을 알 수 있다.

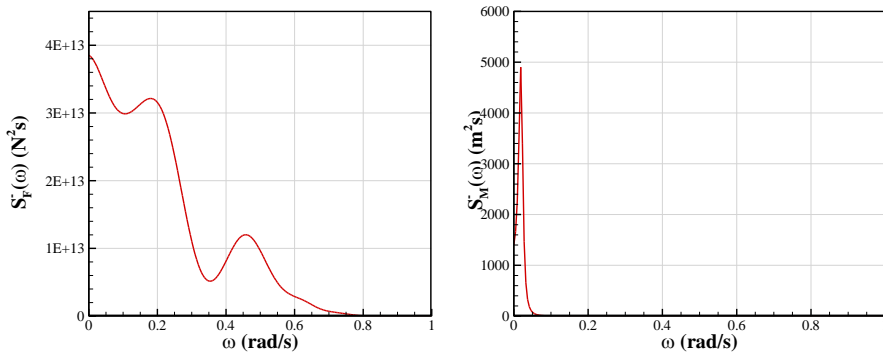


Fig. 3.7 Response spectra of the difference-frequency wave exciting force (left) and the slow-drift surge motion (right)

Table 3.3 Spectral bandwidths in the test condition for the slow-drift motion

Quantity	Spectral bandwidth
Incident wave	0.486
Difference-frequency wave exciting force	0.812
Slow-drift surge motion	0.931

Fig. 3.8은 해석 조건에서의 차주파수 파랑 기진력과 선형화된 전후동요 저주파 표류운동의 시계열로, 두 시계열 모두 평균값을

기준으로 양의 방향으로 치우친 비대칭성을 나타내고 있다. 이러한 특성은 각 시계열의 통계적 모멘트를 통해 정량적으로 확인 가능하다. Table 3.4는 고유치 해석을 통해 계산된 통계 모멘트와 100시간의 시계열로부터 직접 계산된 통계 모멘트를 비교한 것이다. 먼저 차주파수 파랑 기진력의 경우, 왜도 1.52, 첨도 7.53으로 대표되는 매우 강한 비정규분포성을 나타내고 있으며, 고유치 해석으로부터 얻은 4개의 모멘트 모두 시계열로부터 직접 계산한 결과와 정확히 일치하는 것을 확인할 수 있다. 그러나 저주파 표류운동은 비정규분포성이 다소 완화되었음에도 불구하고, 고차의 모멘트에서 시계열로부터 계산된 결과와 고유치 해석 결과 사이에 약간의 차이가 발생하고 있다. 이러한 차이는 저주파 표류운동의 긴 평균 주기로 인하여 같은 길이의 시계열이 갖는 통계적 특성의 수렴도가 떨어지기 때문에 발생하는 것으로 판단된다. Fig. 3.9는 random seed를 다르게 한 3시간의 시계열들로부터 계산된 모멘트의 평균값과 고유치 해석결과의 비를 나타낸 것이며, 그림의 error bar는 95% 신뢰구간을 의미한다. 그림을 살펴보면, 차주파수 파랑 기진력은 3시간의 시계열에 대해서도 어느 정도 수렴된 왜도와 첨도가 계산 가능함을 알 수 있다. 그러나 저주파 표류운동의 경우 표준편차, 왜도, 첨도 모두 random seed에 따른 큰 샘플링 변동성을 보이고 있으며, 이는 곧 저주파 표류운동의 수렴된 통계적 특성을 얻기 위해서는 장시간의 시계열이 요구됨을 의미한다.

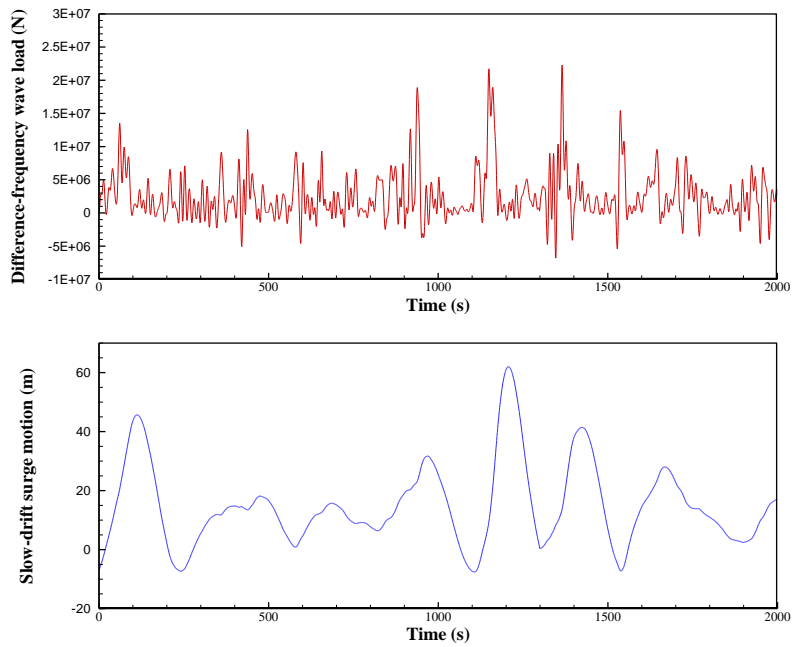


Fig. 3.8 Time series of the difference-frequency wave load (upper) and the slow-drift surge motion (lower)

Table 3.4 Comparison of statistical moments of the difference-frequency wave load and the linearized slow-drift surge motion

Difference-frequency wave load	Time series (100h)	Eigenvalue
Mean	$2.43 \times 10^6 \text{N}$	$2.43 \times 10^6 \text{N}$
Stdev.	$3.39 \times 10^6 \text{N}$	$3.39 \times 10^6 \text{N}$
Skewness	1.52	1.52
Kurtosis	7.53	7.53
Slow-drift surge motion	Time series (100h)	Eigenvalue
Mean	14.2m	14.2m
Stdev.	9.8m	9.8m
Skewness	0.83	0.86
Kurtosis	4.88	4.78



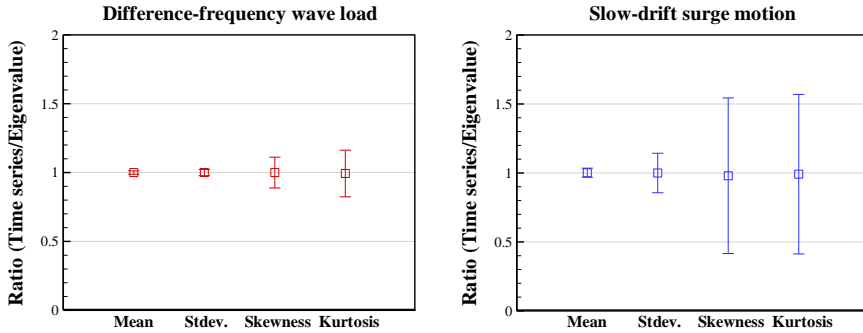


Fig. 3.9 Sampling variability of statistical moments of the difference-frequency wave load (left) and the linearized slow-drift motion (right) calculated from 3-hour time series (error bar: 95% confidence interval)

Fig. 3.10은 차주파수 파랑 기진력의 확률밀도함수를 나타낸다. 실선으로 표시된 ‘Characteristic function’ 그래프는 특성함수를 이용하여 식 (2.75)로부터 계산된 확률밀도함수, 즉 엄밀해를 나타내며, 점선의 ‘Hermite-moment’ 그래프는 에르미트 모멘트 기법으로부터 주어지는 근사해를 의미한다. 그림을 살펴보면, 특성함수로부터 구한 확률밀도함수가 시계열 추출결과를 매우 높은 정확도로 예측하는 것을 확인할 수 있다. 그러나 에르미트 모멘트 기법을 통해 계산된 근사해는 확률밀도함수의 최댓값을 다소 낮게 예측하고 있으며, 전반적인 정확도가 특성함수로부터 계산된 해에 비해 낮은 것으로 확인된다. 이는 왜도 1.52, 첨도 7.53로 대표되는 강한 비정규분포성에 의한 현상으로, 이와 같이 비정규분포성이 매우 강한 응답에 대해서는 에르미트 모멘트 기법의 신뢰도가 다소 낮음을 알 수 있다.

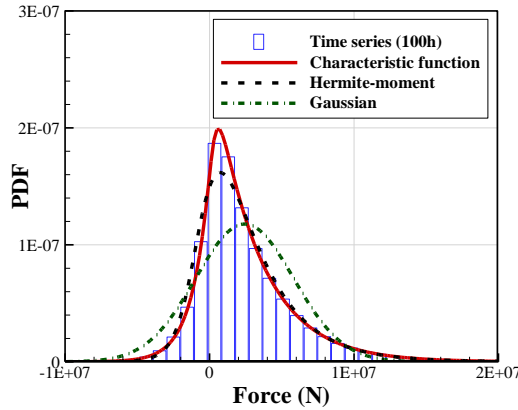


Fig. 3.10 PDF of the difference-frequency wave exciting force

전후동요 저주파 표류운동에 대한 통계 해석은 동적 시스템의 비선형 정도에 따라 3개의 조건으로 구분하여 수행하였다. Case 1은 선형화된 저주파 표류운동으로, 볼테라 급수의 2차 성분으로 표현되는 저주파 표류운동의 확률분포에 대한 고유치 해석 결과와 시계열 추출결과의 비교를 목적으로 한다. Case 2는 선형화된 운동방정식의 평균 파표류 감쇠력 계수  $\bar{\mathbf{B}}_{\text{WD}}$ 를  $\mathbf{B}_{\text{WD}}(t)$ 로 대체하여, 시간에 따라 변화하는 파표류 감쇠력이 저주파 표류운동의 통계적 특성에 미치는 영향을 알아보기 위해 구성하였다. 마지막으로 Case 3는 식 (2.52)의 플랫폼-계류선 연성해석 운동방정식으로부터 계산되는 비선형 저주파 표류운동으로, 점성항력 및 계류선과의 연성효과의 영향을 검토하기 위한 것이다.

Fig. 3.11은 Case 1의 선형화된 전후동요 저주파 표류운동에 대한 확률밀도함수와 상향교차율을 나타낸다. 차주파수 파랑 기진력의 경우와 비교하여 눈에 띄는 특징은 에르미트 모멘트 기법의

근사해가 특성함수를 이용해 계산한 엄밀해 및 시계열 추출결과와 거의 일치한다는 점이다. 즉, 저주파 표류운동의 비정규분포성에 대해서는 에르미트 모멘트 기법의 해가 충분한 정확도를 보이는 것을 알 수 있다. 상향교차율 역시 에르미트 모멘트 기법으로부터 유도된 식 (2.92)의 결과가 시계열로부터 직접 계산된 결과를 높은 정확도로 예측하고 있다. 상향교차율  $10^{-2}$ 에 대응되는 극한응답을 살펴보면, Rayleigh 분포로 예측된 값은 약 44.0m, 에르미트 모멘트 기법으로 예측된 값은 약 58.7m로, 저주파 표류운동의 비정규분포성이 약 33%의 극한응답 증가를 일으킨 것을 확인할 수 있다.

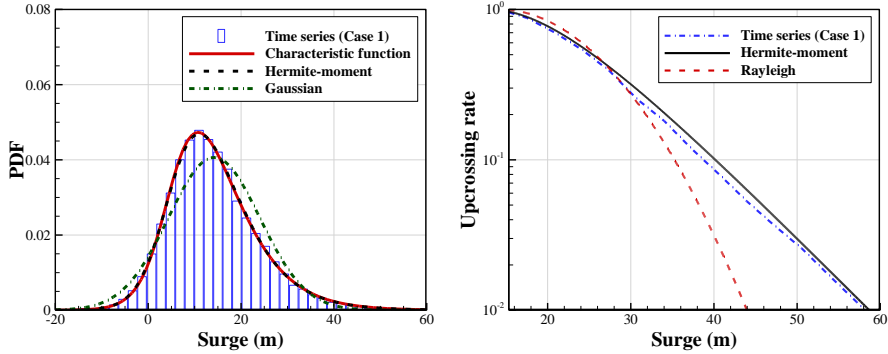


Fig. 3.11 PDF (left) and upcrossing rate (right) of the slow-drift motion in Case 1 (linearized dynamic system)

Fig. 3.12와 Fig. 3.13은 각각 Case 2와 Case 3에서의 저주파 표류운동의 확률밀도함수와 상향교차율을 나타낸다. 먼저 Fig. 3.12를 살펴보면, 시간에 따라 변화하는 파표류 감쇠력 계수의 영향이

저주파 표류운동의 비정규분포성을 감소시키는 방향으로 작용한 것을 확인할 수 있다. 이는 동적 시스템의 비선형성이 응답의 비정규분포성을 증가시킬 것이라는 일반적인 예측과 반대되는 결과이다. 이와 같은 현상의 원인은 비정규분포성을 유발하는 서로 다른 요소들의 상호작용으로 인해 그 효과가 상쇄되기 때문으로 판단된다. 이는 Fig. 3.13의 Case 3에 대한 해석 결과에서 보다 확연히 드러난다. Case 3의 플랫폼-계류선 연성해석에서는 점성항력, 계류선과의 연성효과 등으로 인해 동적 시스템의 비선형성이 더욱 강화됨에도 불구하고, 저주파 표류운동의 비정규분포성은 Case 2에 비해 오히려 완화된 것을 볼 수 있다. Table 3.5는 각 Case에서의 저주파 표류운동의 왜도와 첨도를 나타낸 것으로, 동적 시스템의 비선형성 증가에 따른 비정규분포성의 감소를 정량적으로도 확인할 가능하다. 그러나 각 Case의 상향교차율을 살펴보면, Case 2와 Case 3에서도 여전히 비정규분포성에 의한 극한응답의 증가분을 무시할 수 없는 것을 알 수 있다. Case 3의 경우 상향교차율  $10^{-2}$ 에 대응되는 극한응답은 약 53.8m로, Rayleigh 분포에 의해 예측된 결과에 비해 약 22% 정도의 증가분을 보이고 있다.

Table 3.5 Comparison of skewness and kurtosis of the slow-drift motion from different dynamic systems

Case No.	Skewness	Kurtosis
Case 1	0.86	4.78
Case 2	0.58	3.47
Case 3	0.49	3.33

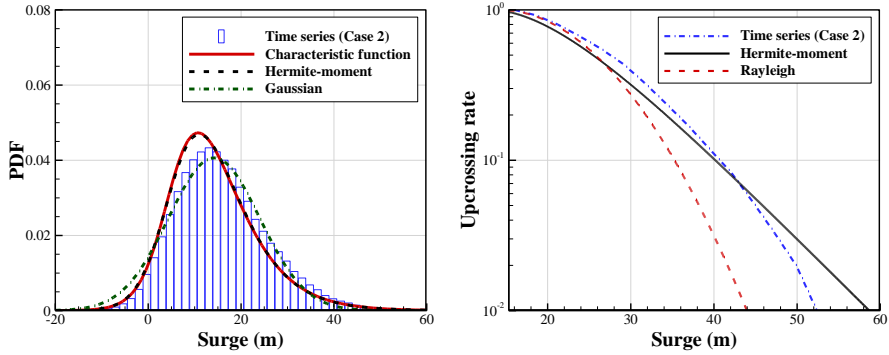


Fig. 3.12 PDF (left) and upcrossing rate (right) of the slow-drift motion in Case 2 (time-varying wave-drift damping included)

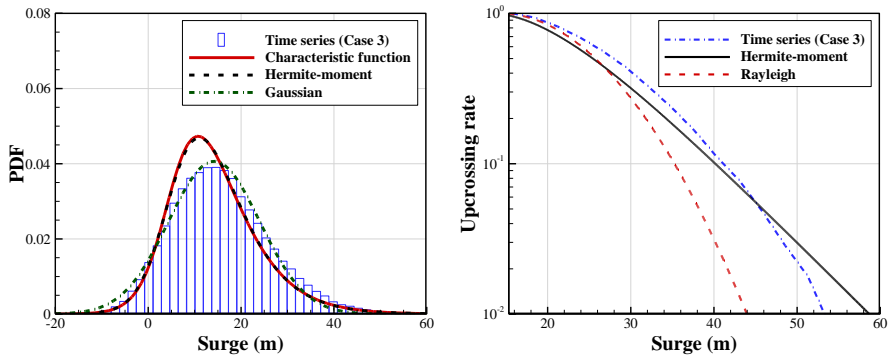


Fig. 3.13 PDF (left) and upcrossing rate (right) of the slow-drift motion in Case 3 (fully-coupled platform-mooring line analysis)

지금까지의 결과를 종합하면, 플랫폼-계류선 연성해석을 통해 계산되는 저주파 표류운동은 선형화된 저주파 표류운동에 비해 다소 약한 비정규분포성을 띠는 것으로 볼 수 있다. 그러나 비정규분포성의 약화 정도는 플랫폼 및 계류시스템의 종류, 해상 상태 등에 따라 달라질 수 있으므로, 극한응답이 Rayleigh 분포와 고유치해석 결과 사이의 넓은 범위에서 어느 곳에 위치할 지를

알기 위해서는 긴 시간의 시간영역 해석을 수행할 수 밖에 없다. 그러나 앞서 확인하였듯이 저주파 표류운동은 그 통계적 특성의 수렴성이 매우 떨어지기 때문에, 극한응답의 정확한 해석을 위해서는 다수의 반복 해석이 요구될 수 있다. 따라서 본 연구에서는 저주파 표류운동의 극한응답 해석이 갖는 이러한 어려움을 해결하기 위한 방안으로, 저주파 표류운동에 대한 설계과 해석기법을 새로이 개발하였다. 이에 대한 내용은 제 4장에서 다루도록 하겠다.

## 3.2 TLP의 상하동요 운동응답

본 절에서는 2차의 합주파수 파랑하중에 의한 TLP의 수직방향 고주파 공진응답을 일컫는 스프링잉 응답 성분과 선형 파주파수 성분이 혼재하는 상하동요 운동응답에 대한 통계 해석 내용을 다룰 것이다. 일반적으로 TLP의 수직방향 운동응답의 고유주기는 약 2-4초 정도의 영역에 위치하므로, 입사파 스펙트럼의 주요 에너지가 고유주기의 두 배인 4-8초 영역에 위치할 때 합주파수 파랑 기진력에 의한 공진 운동이 야기된다. 즉, 스프링잉 응답은 저주파 표류운동에 비하여 상대적으로 온화한 해상상태에서도 발생하게 되어, 텐던 및 라이저의 장주기 피로 하중 산정에 매우 중요한 성분으로 여겨진다. 본 연구에서는 고유치 해석기법과 에르미트 모멘트 기법을 이용하여 스프링잉 응답을 포함한 TLP의 상하동요 운동응답의 통계적 특성을 살펴보고, 이를 바탕으로 텐던 및 라이저의 피로 하중을 주파수 대역폭에 관계 없이 효율적으로 산정할 수 있는 새로운 방법을 제안하고자 한다.

### 3.2.1 계산 모델 및 주파수영역 해석 결과

Fig. 3.14는 해석에 사용된 TLP의 패널 모델을 나타낸 것이다. 플랫폼은 4개의 실린더형 기둥과 4개의 직사각 폰툰으로 이루어져 있으며, 12개의 텐던이 기둥의 아래쪽에, 12개의 라이저가 플랫폼의

중앙부에 연결되어 있는 구조이다. Table 3.6은 TLP와 텐던 및 라이저의 주요 제원을 정리한 것이다.

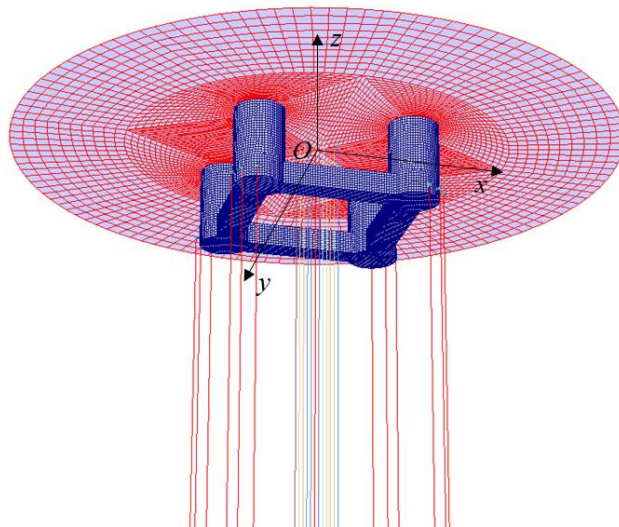


Fig. 3.14 Panel model of the TLP

Table 3.6 Principal particulars of the TLP model

Designation	Value
Displacement	52,880ton
Mass	35,290ton
Column diameter	19.52m
Column axis-to-axis distance	61.00m
Pontoon length	41.48m
Pontoon breadth	9.76m
Pontoon height	8.54m
Draft	31.42m
KG	35.78m
Length of tendons	1800.1m
Stiffness of tendons	1.817E+07N/m
Length of risers	1866.9m
Stiffness of risers	2.282E+06N/m
Heave natural period	3.1s



TLP의 주파수영역 전달함수의 계산에는 DNV GL의 수치해석 프로그램인 WADAM을 이용하였다. Fig. 3.15는 TLP의 상하동요 운동응답에 대한 RAO와 합주파수 QTF를 나타낸다. 선형 상하동요 운동응답은 TLP의 특성에 따라 매우 작은 값을 가지며, QTF는 합주파수가 상하동요 공진주파수인 2.0rad/s이 되는 대각성분에서만 유의미한 값을 갖는 매우 날카로운 모양으로 나타나는 것을 확인할 수 있다.

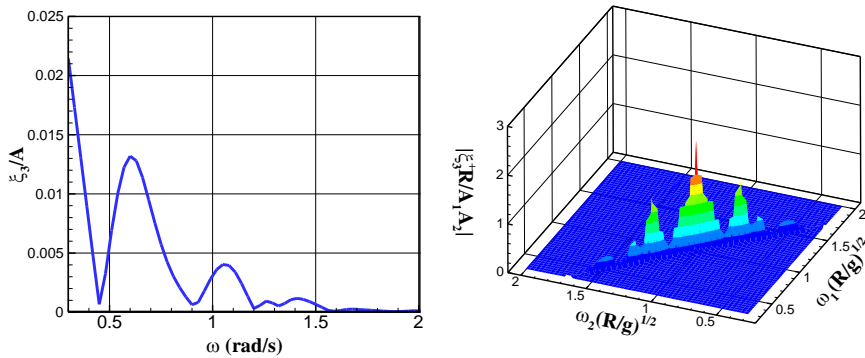


Fig. 3.15 Linear heave motion RAO (left) and the sum-frequency heave motion QTF (right) of the TLP model ( $R$ : column radius)

### 3.2.2 TLP의 상하동요 운동응답에 대한 통계해석

먼저 상하동요 운동응답의 전반적인 통계적 특성을 파악하기 위해, wave scatter diagram 상의 여러 해상상태에서의 통계적 모멘트와 응답 스펙트럼의 주파수 대역폭을 관찰하였다. 모든 조건에서 입사파는 단일방향으로 가정하였으며, 파 스펙트럼은 peak

enhancement factor 값 3.3의 JONSWAP 스펙트럼을 사용하였다.

Table 3.7은 각 해상상태에서의 상하동요 운동응답의 첨도 및 주파수 대역폭을 정리한 것이다. 먼저 스펙트럼 최고값에 상응하는 파주기  $T_p$ 가 상하동요 고유주기의 2배와 가까운 6.0초인 해상상태의 경우, 스프링잉 응답 성분이 지배적으로 존재하여 첨도 4.42의 강한 비정규분포성을 나타내는 것을 확인할 수 있다. 그러나  $T_p$ 가 점차 증가하여 6.0초에서 멀어질수록, 파주파수 성분의 중요도가 높아져 응답의 첨도가 정규분포의 값인 3.0에 다가가는 것이 관찰된다. 주파수 대역폭의 경우 스프링잉 성분이 지배적인 조건에서는 0.10 정도의 매우 낮은 값을 보이나, 파주파수 성분의 비율이 증가할수록 큰 폭으로 증가하는 것을 확인할 수 있다. 한편, 상하동요 응답의 왜도는 모든 조건에서 0으로 계산되었으며, 이는 응답의 비대칭성을 야기하는 차주파수 성분이 존재하지 않기 때문이다.

Table 3.7 Characteristics of heave motion of the TLP under various sea states  
(kurtosis, spectral bandwidth)

$H_s$	$T_p$				
	6.0s	7.0s	8.0s	10.0s	12.0s
2.0m	(4.42, 0.10)	(3.99, 0.14)	(3.42, 0.36)	(3.08, 0.76)	(3.03, 0.84)
4.0m	-	(4.02, 0.07)	(3.48, 0.19)	(3.23, 0.57)	(3.11, 0.74)
6.0m	-	-	(3.50, 0.13)	(3.33, 0.44)	(3.20, 0.62)
8.0m	-	-	-	-	(3.26, 0.53)

위의 관찰 내용을 바탕으로, TLP의 상하동요 운동응답에 대한 해석 조건을 Table 3.8에 정리된 2개의 조건으로 구성하였다. Case 1은 스프링 성분과 지배적인 조건으로, 높은 첨도로 대표되는 비정규분포성과 좁은 주파수 대역폭을 특징으로 한다. Case 2는 파주파수 성분과 스프링 성분과 혼재하여 상대적으로 약한 비정규분포성과 넓은 주파수 대역폭을 갖는 조건으로 구성하였다.

Table 3.8 Test cases for the statistical analysis of heave motion of TLP

	$H_s$	$T_p$	Kurtosis	Spectral bandwidth	Category
Case 1	2.0m	6.0s	4.42	0.10	Non-Gaussian, narrow-banded
Case 2	6.0m	12.0s	3.20	0.62	Weakly non-Gaussian, wide-banded

Fig. 3.16은 Case 1에서의 상하동요 운동응답의 확률밀도함수를 일반 스케일과 로그 스케일로 나타낸 것이다. 그림을 살펴보면, 특성함수를 이용해 계산된 엄밀해와 에르미트 모멘트 기법의 근사해 모두 시계열로부터 직접 계산된 확률밀도함수를 매우 낮은 값에 이르기까지 정확하게 예측하는 것을 확인할 수 있다. 확률밀도함수의 모양은 저주파 표류운동과 달리 평균값 0에 대하여 대칭으로 나타나며, 높은 첨도로 인해 정규분포함수에 비하여 중앙부가 볼록하고 극한응답으로 다가갈수록 정규분포와의 차이가 크게 벌어지는 것이 관찰된다. 이러한 차이는 극댓값의 확률분포에서도 그대로 드러난다. Fig. 3.17은 Case 1에서의 상하동요 운동응답의 극댓값의 초과확률분포를 나타낸다. 그림에서 ‘Hermite-

moment (Narrow-banded)’ 그래프는 식 (2.92)로 계산되는  
 상향교차율을 의미하며, 주파수 대역폭이 매우 작은 Case 1에서는  
 시계열에서 추출된 극댓값의 초과확률분포와 거의 일치하는 것을  
 확인할 수 있다. 또한, Rayleigh 분포와 비교할 때, 초과확률  $10^{-4}$ 을  
 기준으로 약 74%의 큰 차이를 나타내는 것을 알 수 있다.

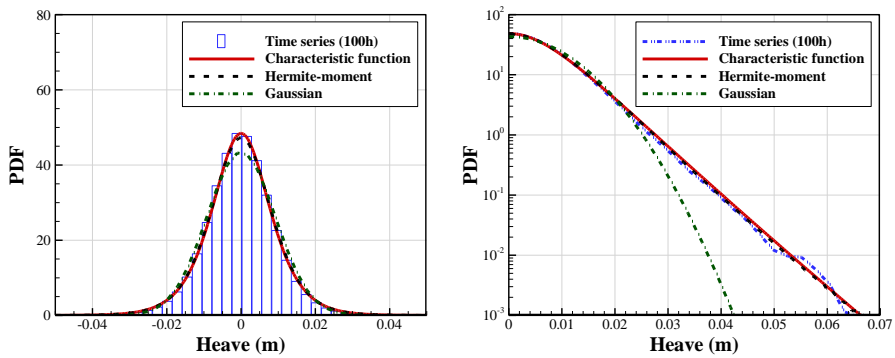


Fig. 3.16 PDF of linear and sum-frequency combined heave motion of TLP in Case 1 (left: normal scale, right: log scale)

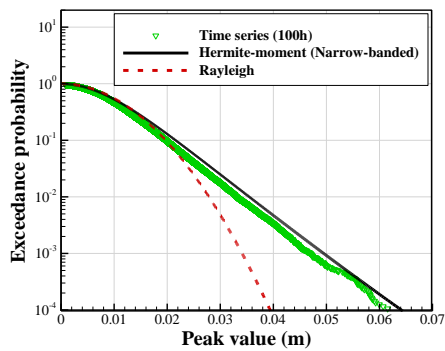


Fig. 3.17 Exceedance probability distribution of peak value of linear and sum-frequency combined heave motion of TLP in Case 1

Fig. 3.18은 Case 2에서의 상하동요 운동응답의 확률밀도함수를 나타낸 것으로,  $T_P$ 가 상하동요 고유주기의 두 배에서 멀어지면서 정규분포에 매우 가까워진 것을 알 수 있다. 그러나 로그 스케일의 그래프를 보면 응답이 큰 영역에서는 여전히 정규분포와 해석 결과 간의 차이가 관찰된다. 이는 Case 1과 비교하면 다소 미미한 차이로 보이나, 뒤에서 살펴볼 피로 하중 해석 결과에서는 이러한 차이가 적지 않은 영향을 미치는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 3.19는 Case 2에서의 상하동요 운동응답의 극댓값의 초과확률분포를 나타낸다. Case 2는 상대적으로 넓은 주파수 대역폭으로 인해 음수의 극댓값이 다수 존재하나, 식 (2.92)로 계산되는 헵대역 모델로는 이를 반영할 수 없어 시계열 추출결과와 상당한 차이가 발생한다. 그러나 본 연구로부터 유도된 일반적인 주파수 대역폭의 2차 볼테라 급수의 극댓값의 분포인 식 (2.101)은 시계열 추출결과를 매우 정확하게 예측하는 것을 확인할 수 있다.

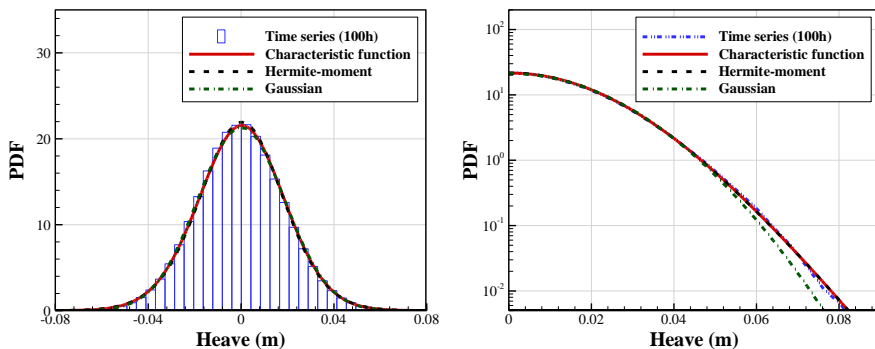


Fig. 3.18 PDF of linear and sum-frequency combined heave motion of TLP in Case 2 (left: normal scale, right: log scale)

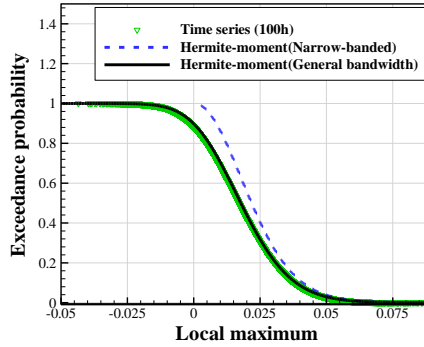


Fig. 3.19 Exceedance probability distribution of peak value of linear and sum-frequency combined heave motion of TLP in Case 2

### 3.2.3 TLP의 텐던 및 라이저의 피로 하중 산정

한편, 텐던 및 라이저의 인장응력(tensile stress)이 TLP의 수직방향 변위에 대하여 선형적으로 변화한다고 가정하면, 응력의 주파수영역 전달함수는 플랫폼의 상하동요, 횡동요 및 종동요(pitch) 전달함수의 선형 조합을 통하여 간단히 구할 수 있다. 이는 곧 텐던 및 라이저의 응력 역시 2차의 볼테라 급수로 표현됨을 의미하며, 이의 극댓값의 확률분포는 동일한 절차를 통해 해석적으로 계산 가능하다. 본 연구에서는 응력의 극댓값의 확률분포를 이용하여, 텐던 및 라이저에 작용하는 피로 하중을 주파수 대역폭에 관계 없이 효율적으로 산정할 수 있는 방법을 제안하고자 한다.

범위  $S$ 의 응력 사이클이 야기하는 피로 하중을  $cS^m$  ( $c$ ,  $m$ 은 텐던 및 라이저의 물성치)으로 가정하고, 피로 하중의 누적을 Palmgren-

Miner의 선형누적법(Miner, 1945)을 통해 계산할 때, 단위 시간당 평균 피로손상율(fatigue damage rate)은 다음과 같이 표현된다(Tovo, 2002).

$$D_{LCC} = c v_p \int_0^\infty s^m [\hat{p}_s(0.5s) + \hat{p}_s(-0.5s)] ds, \quad v_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_{s,4}}{m_{s,2}}} \quad (3.3)$$

$$D_{RFC} = D_{LCC} [b + (1-b)\varepsilon_{s,2}^{m-1}], \quad \varepsilon_{s,i} = \frac{m_{s,i}}{\sqrt{m_{s,0}m_{s,2i}}} \quad (3.4)$$

위 식의  $\hat{p}_s$  는 응력의 극댓값의 확률밀도함수를 나타내며,  $m_{s,i}$  는 응력의  $i$ 차 스펙트럼 모멘트를,  $v_p$ 는 단위시간당 응력의 극댓값의 평균 발현횟수를 의미한다. 또한  $D_{LCC}$ 와  $D_{RFC}$ 는 각각 level-crossing counting 방법과 rainflow counting 방법을 통해 산정되는 피로 손상율을 나타낸다. 식 (3.4)의  $b$ 는 두 counting 방법의 피로 손상율을 관계 짓는 계수이며, Benasciutti(2004)는 다양한 주파수 대역폭의 응력 시계열을 이용한 방대한 양의 해석을 통해  $b$ 와  $\varepsilon_{s,1}$ ,  $\varepsilon_{s,2}$  사이의 경험적인 관계식을 다음과 같이 제시한 바 있다.

$$b = \frac{(\varepsilon_{s,1} - \varepsilon_{s,2}) \left[ 1.112(1 + \varepsilon_{s,1}\varepsilon_{s,2} - \varepsilon_{s,1} - \varepsilon_{s,2})e^{2.11\varepsilon_{s,2}} + \varepsilon_{s,1} - \varepsilon_{s,2} \right]}{(\varepsilon_{s,2} - 1)^2} \quad (3.5)$$

위와 같은 피로 하중 산정 절차의 정확도를 검증하기 위하여, 플랫폼의 정중상부에 연결된 라이저에 대하여 해석 절차를 시험

적용하였다. 정중앙부에 연결된 라이저의 응력은 상하동요 운동응답에만 영향을 받으므로, 통계적 모멘트 및 주파수 대역폭은 상하동요 운동응답의 값을 그대로 따르게 된다. 해석 조건은 Table 3.8의 Case 1과 Case 2로 설정하였다. Fig. 3.20은 본 연구의 해석 결과와 3시간의 응력 시계열에 rainflow counting을 직접 적용하여 구한 피로손상율의 비를 나타낸 것이다. 그래프의 ‘Hermite-model (Narrow-banded)’는 Winterstein(1988)이 제시한 협대역 피로 하중 모델로, 주파수 대역폭의 영향이 고려되지 않았을 때의 결과이다. 또한 ‘Gaussian (General bandwidth)’는 식 (3.3) 및 (3.4)의 극값값의 확률밀도함수에 정규분포 모델을 사용한 것으로, 응력의 비정규분포성이 고려되지 않은 결과를 의미한다.

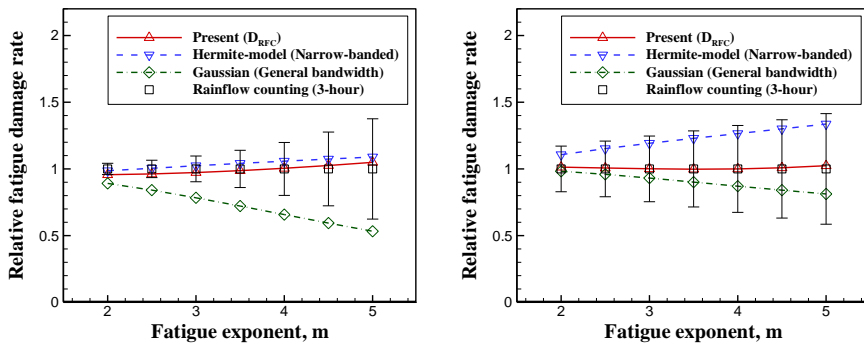


Fig. 3.20 Relative fatigue damage rate on the center riser of TLP (left: Case 1, right: Case 2, error bar: 95% confidence interval)

Fig. 3.20을 살펴보면, 본 연구에서 유도된 극값값의 확률분포를 식 (3.3)-(3.5)에 대입하여 산정된  $D_{RFC}$ 가 시계열로부터 직접 rainflow



counting을 적용하여 계산된 결과를 다양한 fatigue exponent  $m$ 값에 대하여 매우 높은 정확도로 예측하는 것이 확인된다. 특히 시계열로부터 직접 계산된 피로 하중의 경우, 그래프의 95% 신뢰구간에서 확인할 수 있듯이 random seed에 따른 변동성이 크기 때문에, 본 연구에서 제시하는 방법이 더욱 의미가 있다고 할 수 있다. 주파수대역폭이 좁은 Case 1에 대한 해석결과를 살펴보면, Winterstein(1988)의 협대역 모델을 통해 예측된 결과와 본 연구의 결과 사이에 약간의 차이가 확인되나, rainflow counting 결과와 비교할 때 두 모델이 유사한 수준의 정확도를 보이는 것으로 나타난다. 그러나 주파수대역폭이 보다 넓은 Case 2의 경우,  $m=3$ 을 기준으로 협대역 모델이  $D_{RFC}$ 를 약 20% 크게 예측하고 있으며,  $m$ 값이 증가할수록 협대역 모델의 피로 하중 과대평가 경향이 커지는 것을 확인할 수 있다.

정규분포 모델의 경우, 스프링잉 응답이 지배적인 Case 1에서는 피로하중을 매우 큰 폭으로 과소평가 하는 것을 확인할 수 있다. 또한, 응답의 비정규분포성이 상대적으로 약한 Case 2의 경우에도 정규분포 모델의 피로하중 과소평가 경향이 두드러지는 것에 주목할 필요가 있다.  $m=3$ 을 기준으로 정규분포 모델은 Case 2의 피로하중을 약 7% 작게 예측하고 있으며,  $m$ 값이 증가할수록 이러한 차이는 보다 증가한다. 즉, 강한 파주파수 성분으로 인해 상하동요 운동응답의 비정규분포성이 상대적으로 약한 경우에도, 피로 하중에 대해서는 그 영향을 결코 무시할 수 없는 것으로 판단할 수 있다.

### 3.3 TLP 주변에서의 비선형파

본 절에서는 TLP의 air-gap을 결정하는 데에 있어 중요 설계 인자인 플랫폼 주변에서의 극한 비선형파에 대한 통계 해석 내용을 다룰 것이다. 본 연구에서는 입사파 및 회절파, 방사파의 1차, 합주파수, 차주파수 성분이 모두 고려된 완전한 2차 비선형 파에 대한 통계 해석을 수행하였으며, 비선형 성분 및 회절파, 방사파 성분이 극한 파고에 미치는 영향을 분석하였다. 또한 다양한 방향분포함수를 적용한 short-crested sea에 대한 해석을 통해 입사파의 방향분포성이 파고의 통계 분포에 미치는 영향을 살펴보았으며, 마지막으로 TLP의 수평방향 대변위 운동에 의한 set-down의 영향을 고려한 상대파고의 분포에 대한 해석적인 식을 유도하여 set-down의 air-gap에 대한 영향을 정량적으로 파악하였다.

본 절에서는 ‘파정’의 분포를 기준으로 통계 해석 결과를 제시할 것이기에, 먼저 파정에 대한 정확한 정의가 필요하다. 본 연구에서는 Forristall(2000)이 사용한 개념을 따라 파정을 자유표면 높이의 zero-upcrossing과 잇따르는 zero-downcrossing 사이의 최댓값으로 정의하였다. Fig. 3.21은 자유표면 높이 시계열의 예시를 나타낸 것으로, 시계열상의 점들은 위의 정의에 따른 파정을 표시한 것이다. 이와 같은 정의에 의거하면, 파정의 초과확률분포는 자유표면 높이의 상향교차율로 근사할 수 있다. 이에 따라 본 절에서 제시하는 파정의 초과확률분포는 식 (2.92)로 주어지는 상향교차율을 통해 계산된 것임을 분명히 한다.

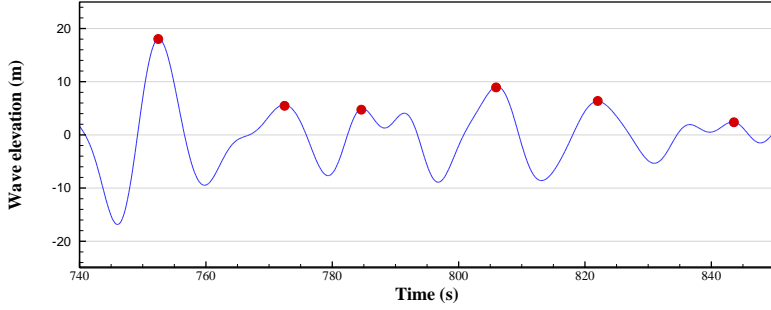


Fig. 3.21 Example of wave elevation time series (marked points: wave crests)

한편, Forristall(2000)은 방대한 양의 시뮬레이션을 통해 2차의 성분까지 고려된 비선형 입사파의 과정의 초과확률분포에 대한 경험식을 다음과 같은 Weibull 분포의 꼴로 제시하였다.

$$\Pr(\hat{\eta} > z) = \exp \left[ - \left( \frac{z}{\chi_m H_s} \right)^{\beta_m} \right], m = 1 \text{ or } 2 \quad (3.6)$$

위 식의  $H_s$ 는 유의파고를 나타내며,  $m=1$ 은 long-crested sea의 과정 분포를,  $m=2$ 는 short-crested sea의 과정 분포를 나타낸다. 계수  $\chi_m$ 과  $\beta_m$ 은 해상상태의 경사도 계수(steeptness factor)  $S_1$ 과 Ursell 수  $Ur$ 로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\chi_1 = 0.3536 + 0.2892S_1 + 0.106Ur, \beta_1 = 2 - 2.1597S_1 + 0.0968Ur^2 \quad (3.7)$$

$$\chi_2 = 0.3536 + 0.2568S_1 + 0.08Ur, \beta_2 = 2 - 1.7912S_1 - 0.5302Ur + 0.284Ur^2 \quad (3.8)$$

$$S_1 = \frac{2\pi}{g} \frac{H_s}{T_1^2}, Ur = \frac{H_s}{k_1^2 h^3} \quad (3.9)$$

위 식의  $T_1$ 과  $k_1$ 은 각각 입사파의 평균주기와 그에 대응되는 파수 (wave number)를 의미하며,  $h$ 는 수심을 나타낸다.

### 3.3.1 계산 모델 및 주파수영역 해석 결과

비선형파의 통계 해석에 사용된 TLP는 제 3.2절에서 소개된 모델과 동일하다. Fig. 3.22는 해석을 수행한 5개의 갑판 위치를 나타낸 것이다. 점  $P_1$ 과  $P_2$ 는 각각 TLP의 전방과 후방 stabilizing column의 앞부분에 위치하도록 정의하였으며,  $P_3$ 와  $P_5$ 는 전방과 후방 폰툰의 중앙부에,  $P_4$ 는 TLP 갑판의 정중앙에 위치하도록 정의하였다. 입사파의 주 입사방향(principal direction)은  $0^\circ$ 로 설정하였으며, Fig. 3.22에 함께 표시하였다.

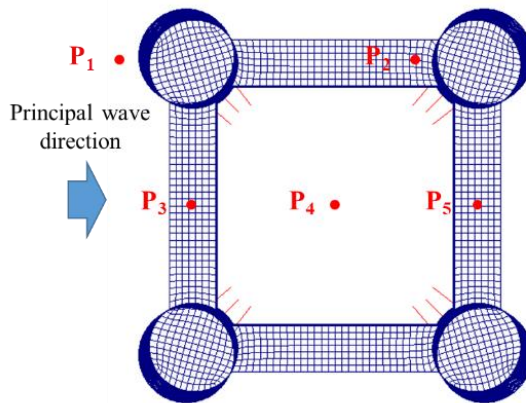


Fig. 3.22 Reference points and the principal wave direction

각 위치에서의 자유표면 높이에 대한 주파수영역 전달함수 계산은 DNVGL의 WADAM을 이용하여 수행하였다. 주파수영역 해석은 주파수범위 0.2-0.9rad/s를 0.1rad/s 간격으로, 입사각범위  $-90^{\circ}$ - $90^{\circ}$ 를  $15^{\circ}$  간격으로 나누어 수행하였으며, 텐던 및 라이저와 유체와의 상호작용은 고려되지 않았다. Fig. 3.23은  $0^{\circ}$ 의 입사파에 대한 5개의 점에서의 자유표면 높이 RAO를 나타낸 것이다. 극한 해상상태의 스펙트럼 최고 주기가 일반적으로 0.3-0.6rad/s의 저주파 영역에 위치하는 것을 고려할 때, 후방 column의 앞부분인  $P_2$ 에서 가장 큰 극한 선형파고가 발생할 것을 예측할 수 있다. 이는 입사파와 바로 맞부딪히는 전면부에서 보다 큰 파고가 관측될 것이라는 직관적인 예상과 다소 반대되는 경향이다. 이러한 현상의 원인은 파주파수 전후동요 운동응답에 의한 방사파가 플랫폼의 후방에 위치한  $P_2$ ,  $P_5$ 에서는 파고를 증폭시키는 데 반해, 전방에 위치한  $P_1$ ,  $P_3$ 이 파고는 감소시키기 때문인 것으로 파악된다. Fig. 3.24는 방사파 성분을 제외한 1차 자유표면 높이의 RAO를 나타낸 것으로, Fig. 3.23과 비교해보면 상기한 바와 같은 방사파의 영향을 확인할 수 있다.

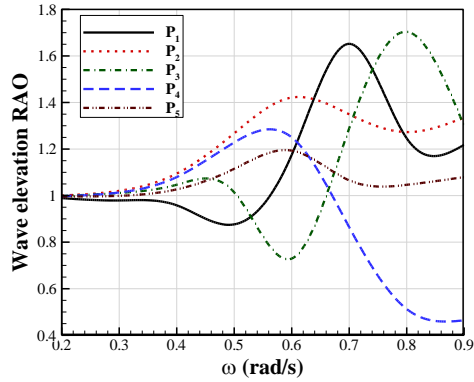


Fig. 3.23 Linear wave elevation RAO at the 5 reference points including all 1st-order components for incident waves at  $0^\circ$

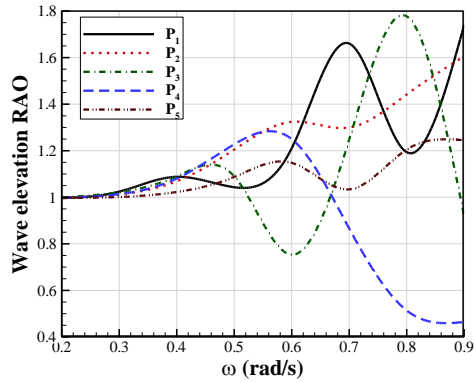


Fig. 3.24 Linear wave elevation RAO at the 5 reference points without the radiated wave component for incident waves at  $0^\circ$

Fig. 3.25는 저주파 영역에서 상대적으로 큰 선형 파고가 일어나는  $P_2$ ,  $P_4$  및  $P_5$ 에서의 2차 합주파수 자유표면 높이 QTF를 나타낸 것이다. 그림을 살펴보면,  $P_5$ 가 세 점 중 가장 작은 RAO 값을 가짐에도 불구하고 저주파 영역에서의 합주파수 QTF 값이 가장 큰 것을 확인할 수 있다. 이는 폰툰 상부에서의 얕은 수심 효과(shallow

water effect)로 인해 국부적으로 가파른 파가 형성되기 때문으로 분석되며, 극한 파고의 발생 위치에 2차의 비선형 성분이 중요한 변수가 될 수 있음을 알 수 있다. Fig. 3.26은 같은 위치에서의 2차 차주파수 자유표면 높이 QTF를 나타낸다. 차주파수 성분은 합주파수 성분과 비교하여 그 크기가 매우 작은 것을 확인할 수 있으며, stabilizing column 주변인  $P_2$ 를 제외하면 일반적으로 무시할 수 있는 수준으로 나타나고 있다.

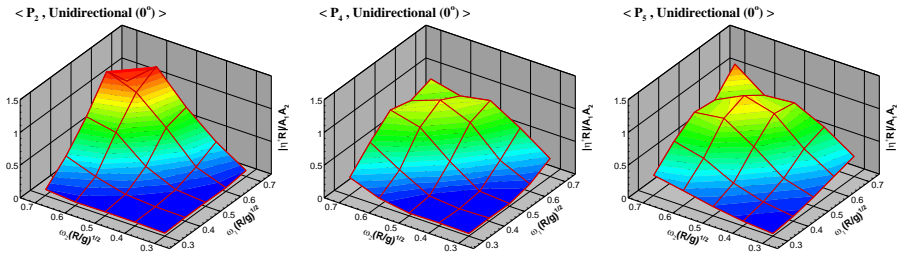


Fig. 3.25 Unidirectional QTFs of the sum-frequency wave elevation at  $P_2$  (left),  $P_4$  (middle) and  $P_5$  (right) for incident waves at  $0^\circ$  ( $R$ : column radius)

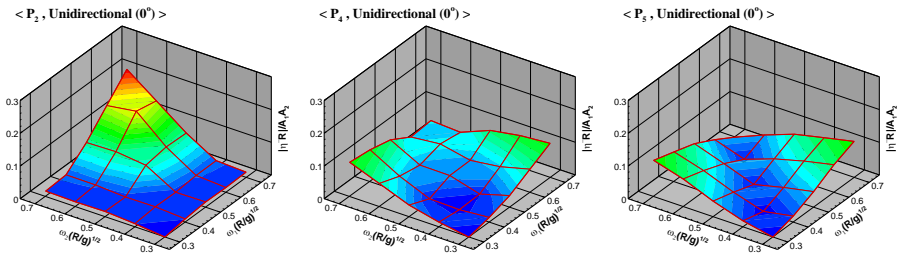


Fig. 3.26 Unidirectional QTFs of the difference-frequency wave elevation at  $P_2$  (left),  $P_4$  (middle) and  $P_5$  (right) for incident waves at  $0^\circ$  ( $R$ : column radius)

다음으로 set-down에 대한 해석에 필요한 플랫폼의 전후동요 운동응답 전달함수를 살펴보자. 전후동요 운동응답은 선형성분과 저주파 표류운동 성분만을 고려하였으며, 합주파수 성분은 무시하였다. Fig. 3.27은 선형 전후동요 운동응답의 RAO를 나타낸다. 저주파 표류운동 QTF는 제 3.1절에서와 같은 방법으로, 춤춤한 주파수에 대하여 내삽된 차주파수 파랑 기진력 QTF를 이용하여 주파수영역 운동방정식을 풀이함으로써 계산하였다. 이때 선형화된 감쇠력 계수는 감쇠비 5%를 적용하였으며, 텐던에 의한 선형화된 복원력 계수는 Jain(1997)에 의해 제시된 아래의 식을 사용하였다.

$$\mathbf{C}_M = \begin{bmatrix} nT_0 / L_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & nT_0 / L_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & nEA / L_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & nT_0 KG / L_0 & 0 & na^2 EA / L_0 & 0 & 0 \\ -nT_0 KG / L_0 & 0 & 0 & 0 & na^2 EA / L_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2nT_0 a^2 / L_0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

위 식의  $n$ 과  $L_0$ 는 텐던의 개수와 비인장 길이를 의미하며,  $T_0$ 는 prentension을,  $a$ 는 플랫폼 중앙에서 텐던의 연결부위의 수평방향 거리를 의미한다. 한편, 수심이 충분히 깊어지면 자유표면 높이, 선형 운동응답 및 차주파수 파랑 기진력은 수심의 변화에 따른 차이가 미미하므로, 텐던의 길이는 오직 저주파 표류운동 QTF에만 영향을 미친다고 가정할 수 있다. 이에 따라 본 연구에서는 500m와 1500m의 두 텐던 길이에 대한 저주파 표류운동 QTF를 계산하여 TLP의 설치 수심에 따른 set-down의 영향을 관찰하고자 하였다. Fig.



3.28은 차주파수 파랑 기진력 QTF 및 텐던 길이 500m, 1500m에 대한 전후동요 저주파 표류운동 QTF를 나타낸다. 그림을 살펴보면, 텐던의 길이가 길어지면서 약해진 복원력에 의해 저주파 표류운동이 증가하는 것을 확인할 수 있다.

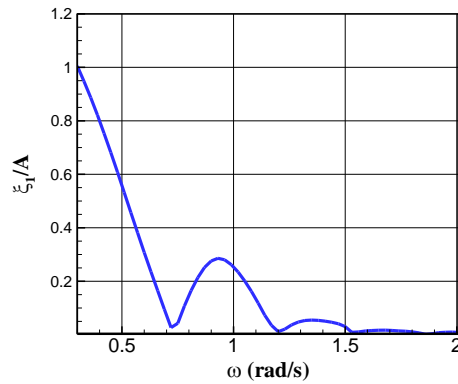


Fig. 3.27 Linear surge motion RAO of the TLP for incident waves at  $0^\circ$

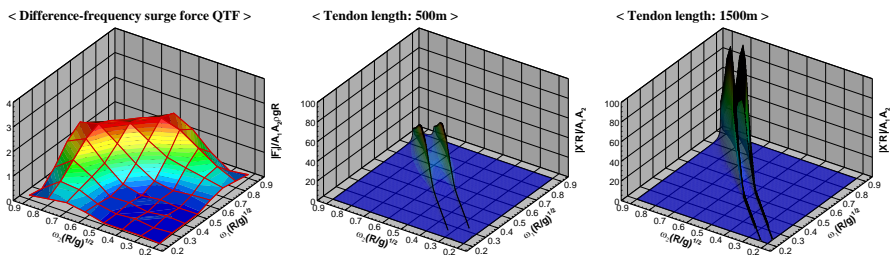


Fig. 3.28 Unidirectional QTF of the difference-frequency wave load in surge direction (left), and the slow-drift surge motion QTFs of  $L=500\text{m}$  (middle) and  $L=1500\text{m}$  (right) for incident waves at  $0^\circ$  ( $R$ : column radius)

### 3.3.2 환경 조건

Table 3.9는 비선형파에 대한 통계 해석에 사용된 환경조건을 나타낸 것이다. Case 1과 Case 2는 각각 재현주기 100년과 1000년의 파랑 조건을 나타내며, Case 3는 1000년과와 함께 0°의 방향으로 강한 풍하중과 조류하중이 작용하도록 정의하였다. 입사파의 스펙트럼은 모든 조건에서 JONSWAP 스펙트럼을 사용하였으며, peak enhancement factor 값은 2.2로 설정하였다. Fig. 3.29는 재현주기 100년과와 1000년과의 입사파 스펙트럼을 나타낸 것이다.

Short-crested sea에 대한 해석을 위한 입사파의 방향분포함수는 Table 3.10에 정리된 5개의 조건으로 구성하였다. 조건 LC는 단일방향의 long-crested sea를 의미하며, SC-1과 SC-2는 단봉형(unimodal)의 방향분포함수로, SC-3과 SC-4는 양봉형(bimodal)의 방향분포함수로 분류된다. SC-1과 SC-2에 사용된 방향분포함수는 각각  $\cos^4 \theta$  와  $\cos^2 \theta$  로, SC-2의 방향분포성을 더 크게 설정하였다. SC-3와 SC-4는 입사파의 에너지를 양분하여 두 방향으로 작용하도록 정의하였으며, 두 입사방향 사이의 각도는 각각 30°와 60°로 설정하였다. Fig. 3.30은 각 방향분포함수에 따른 Case 1의 방향스펙트럼을 나타낸 것이다.

Table 3.9 Environmental conditions for statistical analysis of nonlinear waves

Case No.	$H_s$	$T_p$	Wind speed	Current speed
Case 1 (100-year wave)	15.8m	15.6s	None	None
Case 2 (1000-year wave)	19.8m	17.2s	None	None
Case 3 (1000-year wave with steady wind & current)	19.8m	17.2s	30.0m/s	1.20m/s

Table 3.10 Test conditions for directional spreading functions ( $\delta$ : angle between two incident directions in bimodal cases)

Code	Directional spreading
LC	Long-crested
SC-1	$\cos^4 \theta$
SC-2	$\cos^2 \theta$
SC-3	Bimodal ( $\delta=30^\circ$ )
SC-4	Bimodal ( $\delta=60^\circ$ )

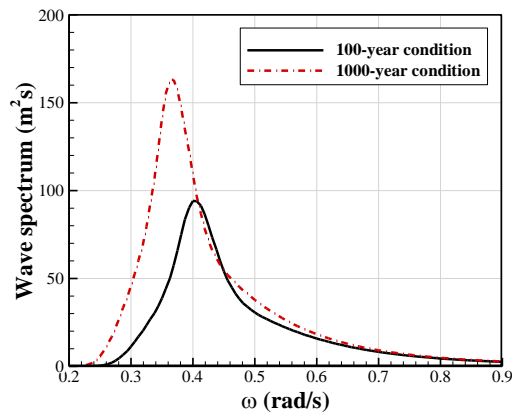


Fig. 3.29 Wave spectra of 100-year and 1000-year sea states

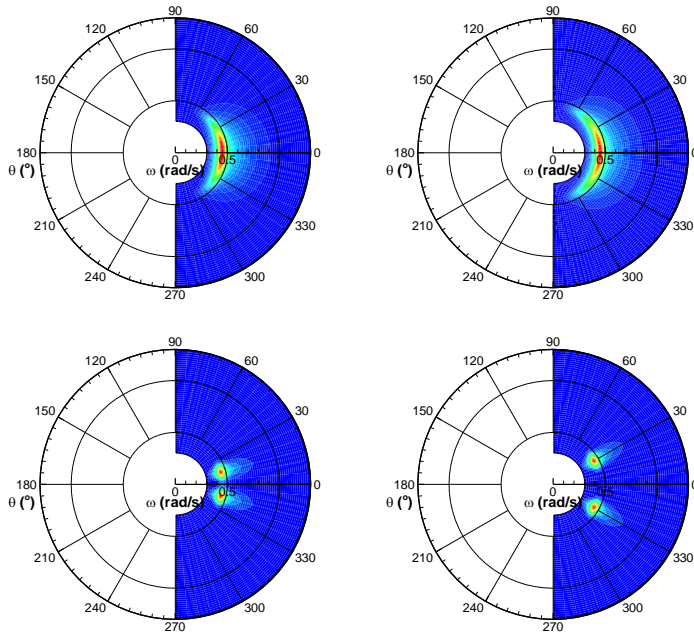


Fig. 3.30 Directional wave spectra for Case 1 (SC-1 to SC-4 from upper left to lower right)

### 3.3.3 입사파의 방향분포성에 따른 비선형파의 통계해석

먼저 해석 기법의 정확도 검증을 위하여, Case 1의 100년주기 파랑 조건과 SC-2의 방향분포함수에 대한 해석 결과와 시계열 추출결과의 비교를 수행하였다. Fig. 3.31은 위의 해석 조건에 대하여  $P_4$ 에서의 자유표면 높이의 확률밀도함수와 파정의 초과확률분포를 나타낸 것이다. 그림을 살펴보면, 고유치 해석 기법이 시계열 추출결과를 매우 높은 정확도로 예측하는 것을 확인할 수 있다.

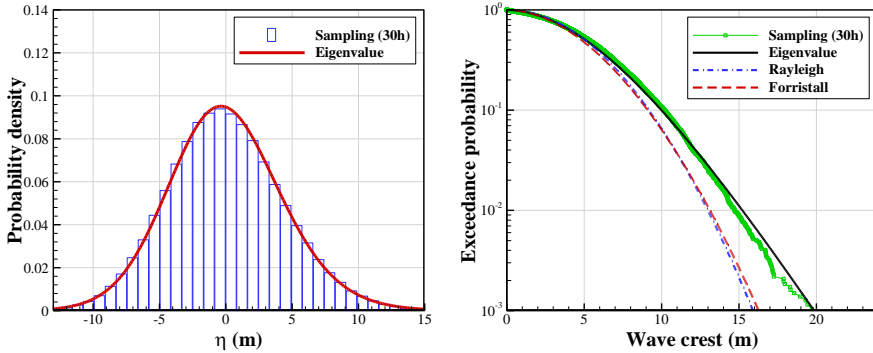


Fig. 3.31 PDF of wave elevation (left) and the wave crest distribution (right)  
at  $P_4$  in Case 1, SC-2

파정의 초과확률분포에서 고유치 해석 결과와 Rayleigh 분포의 차이는 2차의 비선형 성분에 의한 파정의 증가폭으로 해석할 수 있다. 위 예시의 결과를 살펴보면, 초과확률  $10^{-3}$ 을 기준으로 고유치 해석결과가 Rayleigh 분포에 비해 약 25% 큰 파정을 예측하는 것으로 나타나 극한 파정을 산정하는 데에 있어 비선형 성분의 중요성을 확인시켜주고 있다. 또한, 고유치 해석 결과와 Forristall 분포의 차이는 회절파 및 방사파 성분에 의한 증가폭을 의미하며, 마찬가지로 초과확률  $10^{-3}$ 의 파정을 기준으로 고유치 해석 결과가 Forristall 분포에 비해 약 22% 큰 값을 주는 것으로 나타난다. 즉, stabilizing column 및 폰툰과 맞붙어있는 위치가 아닌 경우에도, 회절파 및 방사파의 극한 파정에 대한 영향이 상당함을 알 수 있다.

다음으로, 5개의 갑판 위치에서의 파정 분포의 차이를 알아보기 위하여 long-crested sea에 대한 해석 결과를 살펴보자. Fig. 3.32와 Fig. 3.33은 각각 Case 1과 Case 2의 long-crested sea에서의 파정 분포를

나타낸다. 먼저 각 그림의 왼쪽에 표시한 선형 파정 분포를 살펴보면, 두 조건 모두 후방 column의 앞 부분인  $P_2$ 에서의 값이 다른 위치에서의 값을 상당히 큰 폭으로 앞서는 것을 확인할 수 있다. 그러나 2차의 비선형 성분을 해석에 포함하면  $P_5$ 에서의 파정 분포가  $P_2$ 와 유사한 수준까지 증가하는 것으로 나타난다. 특히, 초과확률이 높은 부분에서는  $P_2$ 에서의 분포가  $P_5$ 를 앞서고 있으나, 초과확률이 낮은 극한 파정으로 갈수록  $P_5$ 가  $P_2$ 를 역전하는 현상이 관찰되고 있다. 이는 폰툰 상부에 위치한  $P_5$ 에서의 국부적인 얇은 수심 효과로 인해 파도의 비선형성과 비정규분포성이 다른 위치보다 크기 때문으로 분석된다. Table 3.11은 5개의 갑판 위치에 대하여 계산된 자유표면 높이의 통계적 모멘트를 정리한 것이다. Case 1과 Case 2 모두  $P_2$ 에서 가장 높은 표준편차가 관찰되는 것으로부터, 파도의 에너지가  $P_2$ 에 집중되는 것을 알 수 있다. 그러나 비선형성과 비정규분포성의 척도인 왜도와 첨도는  $P_5$ 가 다른 점들을 압도하는 것으로 확인되고 있다.

Table 3.12는 long-crested sea에 대하여 각 갑판 위치에서의 초과확률  $10^{-3}$ 에 대응되는 극한 파정 및 회절/방사 성분과 비선형 성분의 비율을 정리한 것이다. 먼저 극한 파정 값을 살펴보면, 두 조건 모두 플랫폼의 weather-side에 비해 lee-side에서의 값이 더 큰 것으로 확인된다. 즉, TLP의 경우 lee-side에서 갑판 침수의 위험이 더 크다고 판단할 수 있다. 극한 파정의 2차 성분의 경우, stabilizing column의 앞부분인  $P_1$ 과  $P_2$ 에서의 비율은 큰 차이가 없으나, 갑판의

중심선에 위치한  $P_3$ ,  $P_4$  및  $P_5$ 에서는 lee-side로 갈수록 큰 폭으로 증가하고 있다. 세 위치에서의 선형 극한 과정의 값이 크게 다르지 않은 것을 고려할 때, 이는 순수하게 2차의 회절효과로부터 기인한 차이라고 결론지을 수 있다. 즉, 선형 성분의 크기가 비슷하더라도 비선형성에 의한 과정의 증가폭은 비선형 회절효과에 의해 크게 달라질 수 있으며, 이는 극한 과정의 예측에 있어 비선형 회절과 성분의 중요성을 확인시켜준다.

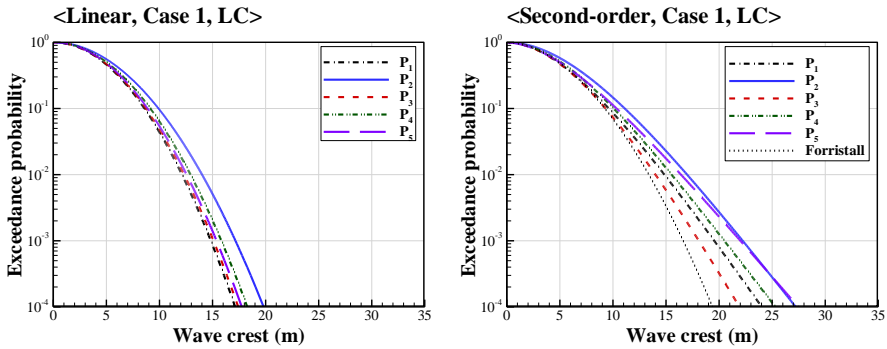


Fig. 3.32 Linear (left) and second-order (right) wave crest distributions at the 5 reference points for Case 1, LC

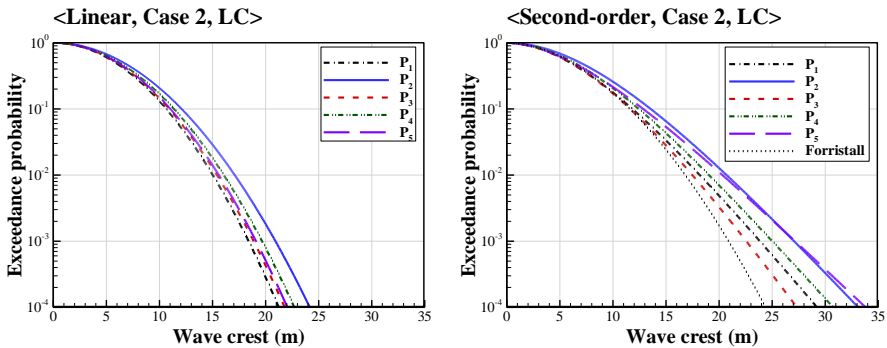


Fig. 3.33 Linear (left) and second-order (right) wave crest distributions at the 5 reference points for Case 2, LC

Table 3.11 Statistical moments of the wave elevation at the 5 reference points

	Case 1, LC			Case 2, LC		
	Stdev./0.25H <sub>s</sub>	Skewness	Kurtosis	Stdev./0.25H <sub>s</sub>	Skewness	Kurtosis
P <sub>1</sub>	1.01	0.35	3.27	1.00	0.32	3.22
P <sub>2</sub>	1.19	0.26	3.22	1.16	0.27	3.20
P <sub>3</sub>	1.05	0.14	3.07	1.05	0.14	3.06
P <sub>4</sub>	1.11	0.16	3.35	1.10	0.14	3.29
P <sub>5</sub>	1.08	0.42	3.52	1.08	0.41	3.47

Table 3.12 Wave crest value of exceedance probability of 10<sup>-3</sup> and the ratio of diffraction/radiation component and the second-order component

		P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>
Case 1, LC	Total	19.5m	22.2m	18.1m	20.5m	22.0m
	Diffraction/radiation	15.2%	25.4%	8.4%	19.1%	24.7%
	Second-order	24.1%	22.8%	16.6%	22.7%	30.1%
Case 2, LC	Total	23.8m	27.1m	22.6m	25.0m	27.2m
	Diffraction/radiation	12.5%	22.9%	7.6%	16.6%	23.2%
	Second-order	22.8%	22.7%	16.3%	21.4%	29.7%

Fig. 3.34와 Fig. 3.35는 long-crested sea에서 가장 큰 파정을 갖는 P<sub>2</sub>와 P<sub>5</sub>에 대하여, 방향분포함수에 따른 파정의 초과확률분포를 비교한 것이다. 가장 먼저 눈에 띄는 특징은, 두 위치 모두 long-crested sea에서 가장 큰 파정 분포를 보인다는 점이다. 또한 단봉형 방향분포함수인 SC-1과 SC-2의 경우, 방향분포성이 보다 큰 SC-2에서 파정이 더욱 감소하는 것을 확인할 수 있다. 두 위치에서 공통으로 관찰되는 또 다른 특징은 양봉형 방향분포함수인 SC-3에서 두 번째로 큰 파정 분포가 나타난다는 점이다. 이는 곧 너울성 파도(swell) 등에 의해 파도의 주 입사방향에 두 개 이상인 경우가 극한 파정의 형성에 중요할 수 있음을 암시한다. Table 3.13은



초과확률  $10^{-3}$ 의 과정에 대하여 long-crested sea의 해석 결과에 대한 4개의 방향분포함수에 따른 해석 결과의 비율을 나타낸 것이다. 표를 살펴보면 입사파의 방향분포성에 의한 극한 과정의 감소폭은 column의 앞부분인  $P_2$ 에서 보다 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 또한 가장 일반적인 방향분포함수인 SC-2의 경우, long-crested sea에 비하여 약 6-8% 정도의 극한 과정 감소를 나타내고 있다.

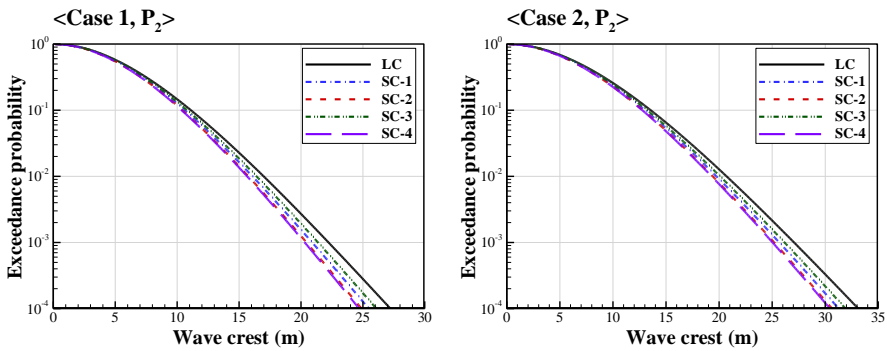


Fig. 3.34 Wave crest distribution at  $P_2$  for Case 1 (left) and Case 2 (right) with different directional spreading functions

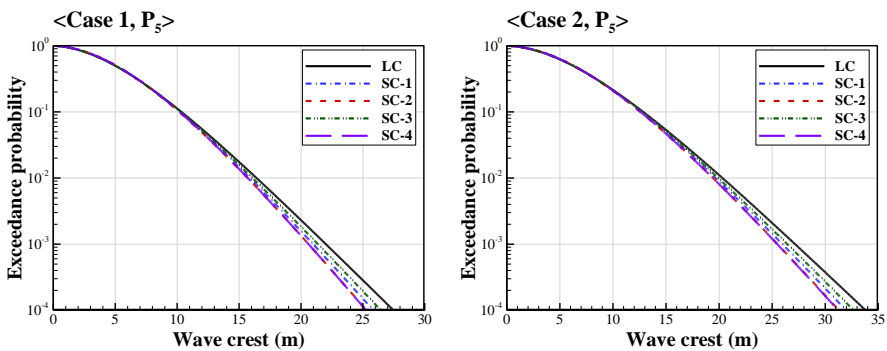


Fig. 3.35 Wave crest distribution at  $P_5$  for Case 1 (left) and Case 2 (right) with different directional spreading functions

Table 3.13 Ratio of the wave crest value at exceedance probability of  $10^{-3}$  in the short-crested cases compared to the long-crested case

		SC-1	SC-2	SC-3	SC-4
Case 1	P <sub>2</sub>	94.1%	91.9%	96.4%	91.4%
	P <sub>5</sub>	95.5%	93.6%	97.3%	93.6%
Case 2	P <sub>2</sub>	94.8%	93.0%	96.7%	92.3%
	P <sub>5</sub>	95.6%	93.8%	97.1%	93.8%

### 3.3.4 TLP의 Set-down 을 고려한 상대파고의 통계해석

텐던에 의한 수평방향 복원력은 수직방향에 비해 매우 작으므로, 극한 해상상태에서는 TLP 역시 저주파 표류운동 등으로 인한 수평방향의 대변위 운동이 발생하게 된다. 이는 곧 진자운동과 같은 효과로 인해 플랫폼의 수직방향 침수를 유발하며, 이를 플랫폼의 set-down이라고 칭한다. 본 연구에서는 set-down을 고려한 상대파고에 대한 확률밀도함수 및 파정 분포를 해석적으로 유도하고, 간단한 예시를 통해 set-down이 TLP의 air-gap에 미치는 영향을 살펴보고자 한다.

문제를 간단히 하기 위하여, 다음과 같은 몇 가지 가정을 기반으로 해석을 수행하였다. 먼저, TLP에 작용하는 동적 환경하중은 파랑하중으로 제한하였으며, 풍하중과 조류하중은 모두 정적 하중으로 취급하고 파도와 조류의 상호작용 역시 무시하였다. 또한 모든 환경하중은 0°의 방향으로 작용하도록 하여 수평방향 운동성분을 전후동요 운동응답으로 제한하였으며, 수평방향 변위와

set-down의 최고 차수 성분만을 고려하였다. 이러한 가정을 기반으로 하면, 플랫폼의 set-down  $Z_s(t)$ 와  $x$ -방향 변위  $X(t)$ 는 다음의 관계식을 만족한다.

$$Z_s(t) = \frac{X(t)^2}{2L_0} = \frac{1}{2L_0} [\mu + X_w(t)]^2 \quad (3.11)$$

위 식의  $\mu$ 는 정적 풍하중과 조류하중에 의한  $x$ -방향 변위를 의미하며,  $X_w(t)$ 는 파랑하중에 의해 유도되는  $x$ -방향 변위를 의미한다.  $X_w(t)$ 에도 평균 파표류력으로 인한 정적 성분이 존재하므로,  $\mu$ 가  $X(t)$ 의 평균을 의미하지는 않는다.  $X_w(t)$ 는 1차의 파주파수 성분과 2차의 저주파 표류운동 성분으로 구성되며, 전후동요 운동응답의 RAO 및 QTF를 이용한 고유치 해석을 통해 이의 확률분포를 구할 수 있다.

Set-down을 고려한 상대파고  $\zeta_R(t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\zeta_R(t) = \zeta(t) + Z_s(t) = \zeta(t) + \frac{1}{2L_0} [\mu + X_w(t)]^2 \quad (3.12)$$

$\zeta_R(t)$ 의 확률분포를 유도하기 위한 기본 가정은  $\zeta(t)$ 와  $X_w(t)$ 가 통계적으로 독립이라는 것이다. 위 가정의 유효성을 검증하기 위하여, Table 3.9의 Case 3을 예시로 하여 자유표면 높이와 전후동요 운동응답의 Pearson 상관계수(Pearson correlation coefficient)를 살펴보았다. Table 3.14는 5개의 갑판 위치에서의 자유표면 높이와

플랫폼의 전후동요 운동응답의 상관계수를 정리한 것이다. 표를 살펴보면, 전후동요 운동의 파주파수 성분은 갑판 위치에 따라 자유표면 높이와 강한 상관관계를 갖는 것을 알 수 있다. 그러나 저주파 표류운동 성분을 포함하는 경우, 모든 위치에서의 상관계수가 감소하는 것으로 관찰된다. 즉, 강한 저주파 표류운동 성분이 존재하는 경우  $\zeta(t)$ 와  $X_w(t)$ 의 통계적 독립성은 어느 정도 합리적인 가정으로 판단할 수 있다. Fig. 3.36은 Case 3에서의 전후동요 운동응답 및 set-down의 시계열을 나타낸 것으로, 저주파 표류운동 성분이 지배적인 것을 확인할 수 있다.

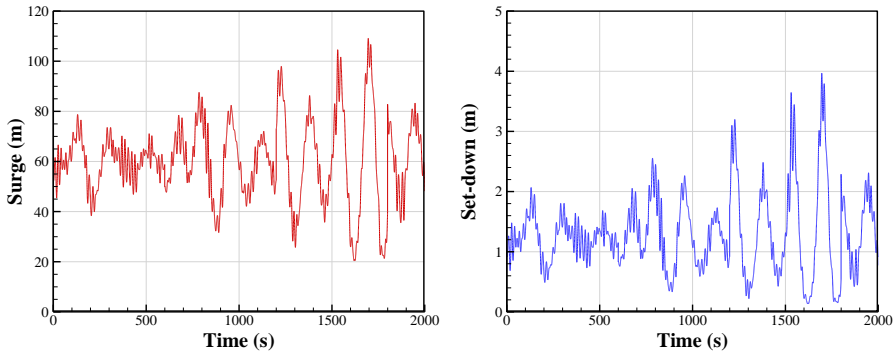


Fig. 3.36 Surge motion (left) and set-down (right) of the platform in Case 3  
(long-crested, tendon length: 1500m)

Table 3.14 Correlation between the surge motion and the wave elevation

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>
WF-surge	-0.55	0.23	-0.38	0.03	0.39
WF + slow-drift surge (500m tendon length)	-0.27	0.12	-0.19	0.02	0.20
WF + slow-drift surge (1500m tendon length)	-0.18	0.08	-0.12	0.01	0.13

$\zeta(t)$ 와  $X_w(t)$ 이 통계적으로 독립이라 가정하면,  $\zeta_R(t)$ 의 누적확률분포는 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned}
 \Pr(\zeta_R < z) &= \Pr\left[\zeta + \frac{1}{2L_0}(\mu + X_w)^2 < z\right] \\
 &= \int_{-\infty}^z \Pr(\zeta = \alpha) \times \Pr\left[\frac{1}{2L_0}(\mu + X_w)^2 < z - \alpha\right] d\alpha \\
 &= \int_{-\infty}^z \int_{b_1}^{b_2} p_{\zeta}(\alpha) p_{XW}(\beta) d\beta d\alpha, \quad b_{1,2} = -\mu \pm \sqrt{2L_0(z - \alpha)}
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

위 식의  $p_{\zeta}$ 와  $p_{XW}$ 는 각각  $\zeta(t)$ 와  $X_w(t)$ 의 확률밀도함수를 의미한다. 비슷한 방법으로,  $\zeta_R(t)$ 의 파정의 초과확률분포 역시 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \Pr(\tilde{\zeta}_R > z) &= \Pr\left[\tilde{\zeta} + \frac{1}{2L_0}(\mu + X_w)^2 > z\right] \\
 &= 1 - \int_{-\infty}^z \Pr(\tilde{\zeta} = \alpha) \times \Pr\left[\frac{1}{2L_0}(\mu + X_w)^2 < z - \alpha\right] d\alpha \\
 &= 1 - \int_{-\infty}^z \int_{b_1}^{b_2} p_{\tilde{\zeta}}(\alpha) p_{XW}(\beta) d\beta d\alpha
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

위 식의  $\tilde{\zeta}_R$ 과  $\tilde{\zeta}$ 은 각각  $\zeta_R(t)$ 과  $\zeta(t)$ 의 파정을 나타내며,  $p_{\tilde{\zeta}}$ 는  $\tilde{\zeta}$ 의 확률밀도함수를 의미한다. Fig. 3.37은 텐던 길이 1500m, 환경조건 Case 3에 대한 상대파고의 확률밀도함수와 파정 분포를 나타낸 것으로, 식 (3.13) 및 (3.14)를 통해 계산된 결과가 시계열 추출결과를 높은 정확도로 예측하는 것을 확인할 수 있다.

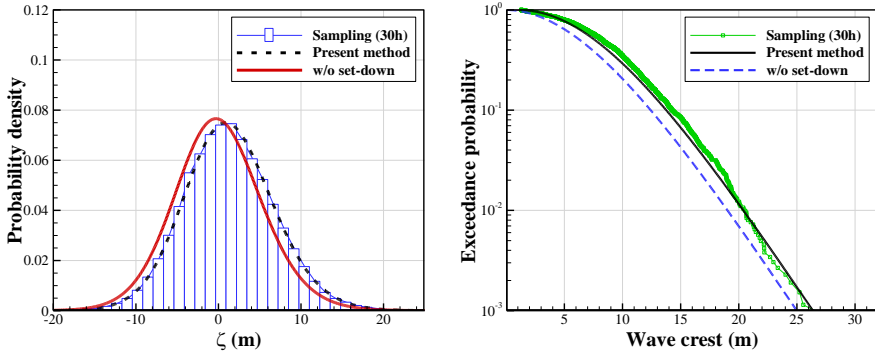


Fig. 3.37 PDF (left) and the wave crest distribution (right) of relative wave elevation at  $P_2$  in Case 3, LC (tendon length: 1500m)

제 3.3.3절의 해석 결과를 바탕으로, 가장 높은 극한 과정이 발생하는  $P_2$ 를 기준으로 set-down의 영향을 정량적으로 분석하였다. 해석 환경조건은 Case 2와 Case 3로 구성하였으며, 텐던 길이는 500m와 1500m 두 경우에 대하여 해석을 수행하였다. Fig. 3.38은 각 해석 조건에 대한  $\zeta_R(t)$ 의 과정 분포를 나타내며, Table 3.15는 해석 결과의 주요 수치를 정리한 것이다. 먼저 풍하중 및 조류하중이 존재하지 않는 Case 2에 대한 결과를 살펴보면, set-down의 포함 여부가 과정 분포에 거의 영향을 미치지 않는 것을 확인할 수 있다. Table 3.15에서 확인할 수 있듯이 Case 2에서 두 텐던 길이 모두 최대 set-down이 약 1.0m 전후로 발생함에도 불구하고, 자유표면 높이와의 낮은 상관관계로 인해 극한 과정의 증가로 이어지지 않는 것이다. 이에 반해, 강한 풍하중과 조류하중이 함께 작용하는 Case 3에서는 set-down의 영향이 과정 분포에서 두드러지게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 그러나 Case 3 역시 과정의 증가폭이 최대 set-

down에 비해 현저하게 작은 것으로 확인된다. Case 3에서의 초과확률  $10^{-3}$ 에 대응되는 파정의 증가폭은 텐던 길이 500m와 1500m에서 각각 0.48m, 1.33m로 계산된다. 이는 최대 set-down인 2.38m와 4.11m에 미치지 못하는 값으로, 정적 set-down인 0.40m, 1.20m에 보다 가까운 것을 알 수 있다. 즉, TLP의 air-gap 산정에 있어 정적 set-down의 계산만으로도 set-down의 영향을 상당 부분 고려 가능함을 알 수 있으며, 동적 set-down의 영향은 set-down으로 인한 파정 증가폭의 20% 미만을 차지하는 것으로 파악된다.

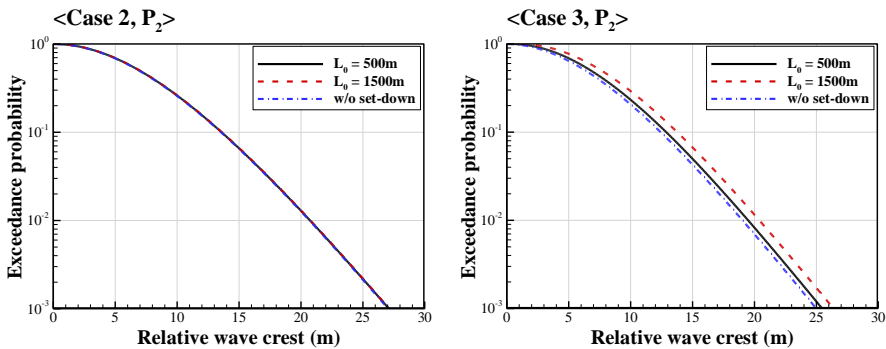


Fig. 3.38 Wave crest distributions including set-down under the test conditions

Table 3.15 Test results for the effect of set-down on the extreme wave crest

	Tendon length	Mean surge	Maximum surge	Static set-down	Maximum set-down	Wave crest increase at $10^{-3}$
Case 2	500m	2.4m	31.2m	0.01m	0.97m	Negligible
	1500m	7.1m	58.3m	0.02m	1.13m	Negligible
Case 3	500m	20.0m	48.8m	0.40m	2.38m	0.48m
	1500m	59.9m	111.1m	1.20m	4.11m	1.33m

## 4. 극한 저주파 표류운동에 대한 설계파 해석

### 4.1 기본 개념 및 가정

계류된 부유식 해양구조물의 저주파 표류운동은 2차의 파랑 기진력과 더불어 비선형 감쇠력 및 복원력, 플랫폼과 계류선의 연성효과 등으로 인해 그 확률분포를 정확히 예측하기 어려움을 제 3장에서 살펴보았다. 또한 저주파 표류운동은 매우 긴 평균 주기로 인하여, 시계열의 길이에 대한 통계적 특성의 수렴성이 기타 응답에 비해 현저히 낮은 것을 확인한 바 있다. 따라서 저주파 표류운동의 극한 응답을 정확히 예측하기 위해서는 매우 긴 시간 동안의 시간영역 비선형 연성해석을 수행해야 하며, 구조물의 구성과 해석기법의 복잡도에 따라 이는 상당한 계산 비용을 초래할 수 있다. 본 연구에서는 저주파 표류운동의 극한 응답 산정의 이러한 어려움을 개선하기 위한 방법으로, 2차의 응답에 대한 설계파 해석 기법을 새로이 제시하고자 한다.

본 연구의 설계파 해석기법에 적용된 기본적인 개념은 선형화된 저주파 표류운동의 확률분포를 이용하여 설계파를 생성하는 것이다. 환경 하중으로 파랑 하중만이 존재하는 경우, 식 (2.52)의 비선형 저주파 표류운동 방정식과 이를 선형화한 식 (3.1)을 다시 쓰면 아래와 같다.



$$(\mathbf{M} + \mathbf{A}_0) \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2} + \mathbf{B}_{\text{WD}}(t) \frac{d\mathbf{X}}{dt} + \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{F}_V \left( \frac{d\mathbf{X}}{dt}, t \right) + \mathbf{F}_M \left( \mathbf{X}, \frac{d\mathbf{X}}{dt}, \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2}, t \right) = \mathbf{F}_{\text{exc}}^{(-)}(t) \quad (4.1)$$

$$(\mathbf{M} + \mathbf{A}_0) \frac{d^2 \mathbf{X}_L}{dt^2} + \mathbf{B} \frac{d\mathbf{X}_L}{dt} + (\mathbf{C} + \mathbf{C}_M) \mathbf{X}_L = \mathbf{F}_{\text{exc}}^{(-)}(t) \quad (4.2)$$

식 (4.2)의 선형화된 저주파 표류운동  $\mathbf{X}_L(t)$ 는 2차의 볼테라 급수로 표현되며, 이의 확률분포는 고유치 해석을 통해 구할 수 있음을 이미 살펴보았다. 따라서,  $\mathbf{X}_L(t)$ 의 극한 응답은 긴 시간영역 해석을 수행하지 않아도 손쉽게 구할 수 있다. 이때,  $\mathbf{X}_L(t)$ 의 극한 응답을 원하는 시점에 발생시키는 짧은 시계열의 입사파를 생성하고, 이를 이용하여 시간영역 연성해석을 수행함으로써 비선형 저주파 표류운동  $\mathbf{X}(t)$ 의 극한응답을 추정하고자 하는 것이 본 연구에서 제시하는 저주파 표류운동의 설계파 해석의 기본 접근 방법이다.

위와 같은 개념이 적용 가능하기 위해서는 동일한 입사파에 대하여  $\mathbf{X}(t)$ 와  $\mathbf{X}_L(t)$ 의 거동이 유사하다는 가정이 필요하다. 즉, 동일한 입사파 시계열에 대하여  $\mathbf{X}(t)$ 와  $\mathbf{X}_L(t)$ 의 극한 응답이 동일한 시점에서 발생한다는 가정이 성립해야만  $\mathbf{X}(t)$ 의 극한응답을 발생시키는 설계파를 통해  $\mathbf{X}_L(t)$ 의 극한응답을 산정할 수 있을 것이다. 또한, 보다 효율적인 설계파 해석을 위해서는 저주파 표류운동의 극한응답의 발생에 있어 기억효과(memory effect)가 약하다는 추가적인 전제조건이 필요하다. 이는 저주파 표류운동의 극한응답 발현 시점에서 먼 과거의 응답 이력이 극한응답에 미치는 영향이 제한적이라는 의미이며, 이와 같은 가정이 성립하면 보다

짧은 시계열의 입사파를 이용한 해석이 가능해진다.

이러한 가정의 타당성을 검증하기 위하여, 먼저 동일한 입사파에 대한 플랫폼-계류선 연성해석 결과와 선형화된 저주파 표류운동의 시계열의 유사성을 관찰해보았다. 본 장에서 해석에 사용된 구조물은 제 3.1절에 소개된 반잠수식 플랫폼 및 계류시스템과 동일하며, 해상상태는  $0^\circ$ 의 단일방향에서 입사하는 유의파고 10.0m, 스펙트럼 최고주기 12.0초, peak enhancement factor 3.3의 JONSWAP 스펙트럼을 적용하였다. Fig. 4.1은 위 해석 조건에 대하여 계산된 선형 및 비선형 전후동요 저주파 표류운동의 시계열을 나타낸 것이다. 그림을 살펴보면, 두 저주파 표류운동의 시계열이 상당히 유사하게 거동하는 것을 확인할 수 있다. 특히, 큰 극댓값들이 발생하는 시점이 두 저주파 표류운동의 시계열에서 동일하게 나타나는 것으로 관찰된다. 비록 극댓값들의 크기 순서는 두 시계열에서 약간의 차이를 보이나, 전체적인 경향은 선형화된 저주파 표류운동을 이용해 설계파를 생성하는 개념의 타당성을 암시하고 있다. 선형 및 비선형 저주파 표류운동의 극한 응답의 유사성을 보다 정량적으로 파악하기 위하여, 동일 조건에서 입사파의 위상만을 달리한 채 4.5시간의 시뮬레이션을 100회 반복 수행하여 두 시계열의 최댓값 발현 시점을 비교해보았다. Table 4.1은 비선형 저주파 표류운동의 최댓값이 선형 저주파 표류운동의 상위 4개의 극댓값과 동일한 시점에서 발생하는 비율을 나타낸 것이다. 절반 이상인 56%의 경우에서 두 저주파 표류운동의 최댓값이 동일

시점에 발생하는 것으로 확인되었으며, 비선형 저주파 표류운동의 최대값이 선형화된 저주파 표류운동의 상위 4개의 극댓값 발생 시점들 중에 발생할 확률은 90%에 육박하는 것으로 나타났다. 즉, 선형화된 저주파 표류운동은 비선형 저주파 표류운동의 극한응답을 예측하기 위한 길잡이로서의 역할을 하는 데에 있어 충분한 유사성을 보이는 것으로 판단된다.

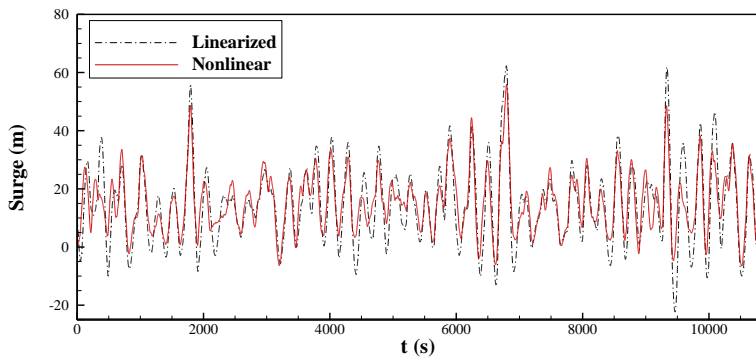


Fig. 4.1 3-hour time series of linearized and nonlinear slow-drift motions of the semi-submersible platform under the same incident waves

Table 4.1 Probability of the maximum nonlinear slow-drift motion occurring at the instants of the first 4 largest peaks in the linearized slow-drift motion

	1 <sup>st</sup> largest	1 <sup>st</sup> -2 <sup>nd</sup> largest	1 <sup>st</sup> -3 <sup>rd</sup> largest	1 <sup>st</sup> -4 <sup>th</sup> largest	Other instants
Probability	56%	77%	85%	89%	11%

다음으로 저주파 표류운동의 극한응답 발현에 있어 기억 효과의 정도를 알아보기 위하여, 4.5시간의 시간영역 연성해석 결과 중 전후동요 저주파 표류운동의 최대값이 발생하는 시점을 기준으로,

해당 시점 이전의 몇 주기의 입사파만을 이용한 해석에서도 동일한 최댓값이 발현되는지를 시험해 보았다. Fig. 4.2는 기억 효과에 대한 시험 결과를 나타낸 것이다. ‘Full-length’로 표시한 그래프는 4.5시간의 해석을 통해 계산된 결과를 의미하며, ‘4 cycles’와 ‘2 cycles’는 전후동요 운동응답의 고유주기를 기준으로 각각 최댓값 발현 시점 이전의 4주기와 2주기의 입사파만을 이용한 해석 결과를 의미한다. 그림을 살펴보면, Full-length 해석 결과와 4주기의 입사파만을 이용한 해석 결과는 최댓값 발현시점 주변에서 거의 구분이 되지 않는 것을 확인할 수 있다. 2주기의 입사파를 이용한 해석 결과는 초반부에서 다소 차이를 보이나, 유도되는 최댓값의 크기는 거의 유사한 것으로 관찰된다. 즉, 본 해석 모델에 있어 저주파 표류운동의 극한 응답 발현에 대한 기억 효과는 약 2주기 정도에 국한되는 것으로 판단된다.

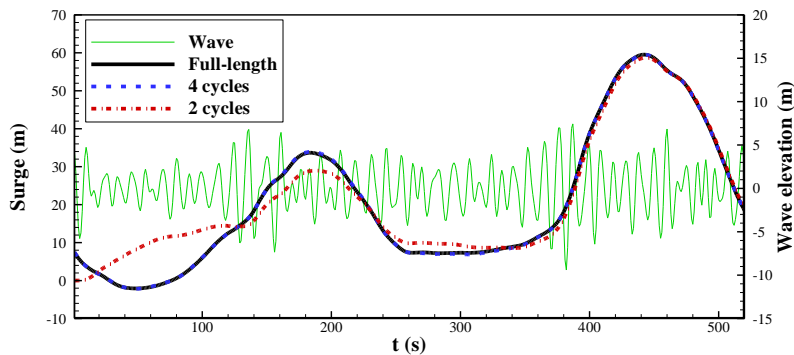


Fig. 4.2 Test for memory effect in developing an extreme peak in the nonlinear slow-drift motion

## 4.2 설계파의 생성 방법

Fig. 4.3은 본 연구의 설계파 해석 절차를 나타내는 흐름도이다. 설계파 해석은 동적 시스템의 선형화, 볼테라 급수에 대한 통계 해석, 설계파의 생성, 비선형 시간영역 해석의 네 단계로 구성된다. 첫 두 단계에 대한 내용은 이미 살펴보았으며, 본 절에서는 설계파 생성을 위한 배경 이론 및 생성된 설계파의 예시를 살펴볼 것이다.

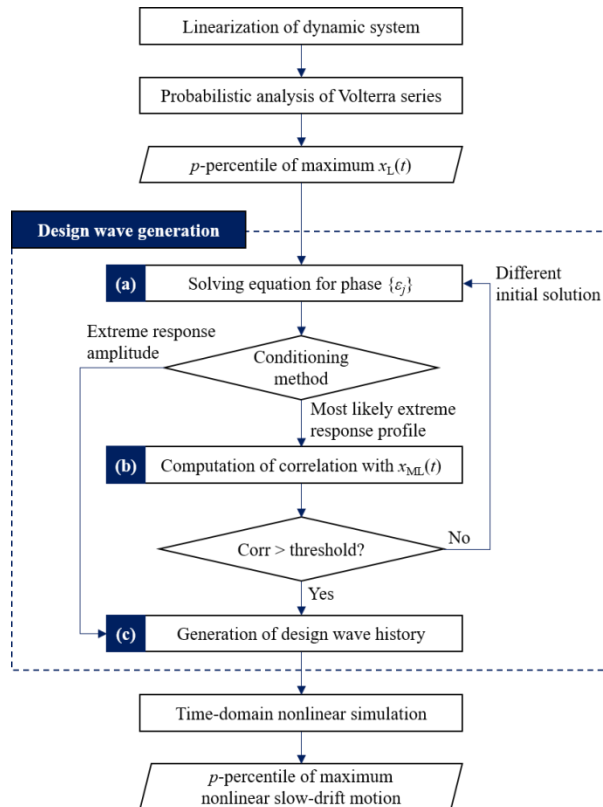


Fig. 4.3 Flow chart for the overall procedure of the design wave analysis

문제를 간단히 하기 위하여, 입사파를 단일 방향으로 가정하고 저주파 표류운동은 전후동요 방향으로만 일어나는 것으로 제한한다. 이때, 주파수를  $N$ 개로 이산화하는 경우 1차의 입사파  $\zeta_1^{(1)}(t)$ 와 선형화된 전후동요 저주파 표류운동  $x_L(t)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\zeta_1^{(1)}(t) = \sum_{j=1}^N A_j \cos(\omega_j t + \varepsilon_j), \quad A_j = \sqrt{2S(\omega_j)\Delta\omega} \quad (4.3)$$

$$x_L(t) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N A_j A_k \left| H_1^{(-)}(\omega_j, \omega_k) \right| \cos\left[(\omega_j - \omega_k)t + (\varepsilon_j - \varepsilon_k) + \angle H_1^{(-)}(\omega_j, \omega_k)\right] \quad (4.4)$$

위 식의  $A_j$ 는 입사파의  $j$ 번째 주파수성분의 진폭을 의미하며, 제 2장에서는 복소진폭을 의미하였으나 본 장에서는 실수의 진폭으로 재정의한다.  $\varepsilon_j$ 는  $j$ 번째 주파수성분의 위상을 의미하며,  $H_1^{(-)}$ 는 전후동요 저주파 표류운동의 복소 QTF를 나타낸다.

$x_L(t)$ 의 시간  $T$  동안의 최댓값  $x_{L,\max}$ 의 누적확률분포는 고유치 해석과 에르미트 모멘트 기법을 통해 계산되는  $x_L(t)$ 의 상향교차율을 식 (2.94)에 대입하여 구할 수 있다. 설계파 생성의 기본 개념은  $x_{L,\max}$ 의 누적확률분포의  $p$ -백분위수( $p$ -percentile)  $x_p$ 가 목표 시점  $t_0$ 에서 발생하도록 하는 입사파의 위상  $\{\varepsilon_j\}$ 를 찾는 것이다. 이렇게 생성된 설계파를 이용한 시간영역 해석을 통해 비선형 저주파 표류운동의 최댓값의  $p$ -백분위수를 계산할 수 있다면, 저주파 표류운동의 극한응답의 분포를 구하기 위한 해석 시간을 획기적으로 줄일 수 있을 것이다.

설계과의 위상  $\{\varepsilon_j\}$ 에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \begin{bmatrix} f_1(\boldsymbol{\varepsilon}) \\ f_2(\boldsymbol{\varepsilon}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_L(t_0) - x_p \\ \dot{x}_L(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

위 식의  $\boldsymbol{\varepsilon}$ 는 미지수  $\varepsilon_j$ 를 각 성분으로 하는  $N$ 차원 벡터를 의미한다. 식 (4.4)를 식 (4.5)에 대입하면, 지배방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N A_j A_k |H_1^{(-)}(\omega_j, \omega_k)| \cos[(\omega_j - \omega_k)t_0 + (\varepsilon_j - \varepsilon_k) + \angle H_1^{(-)}(\omega_j, \omega_k)] = x_p \\ -\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (\omega_j - \omega_k) A_j A_k |H_1^{(-)}(\omega_j, \omega_k)| \sin[(\omega_j - \omega_k)t_0 + (\varepsilon_j - \varepsilon_k) + \angle H_1^{(-)}(\omega_j, \omega_k)] = 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

위의 연립방정식은 미지수가  $N$ 개, 방정식이 2개이므로, 무수히 많은 해가 존재하게 된다. 이와 같은 비선형, 미결정(underdetermined) 연립방정식을 풀이하기 위하여, 본 연구에서는 Newton-Raphson 법과 Lagrange 승수법을 함께 적용하였다. 먼저, Newton-Raphson 법의  $k$ 번째 반복(iteration) 단계에서의 지배방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\varepsilon}^{(k+1)}) = \mathbf{f}(\boldsymbol{\varepsilon}^{(k)}) + \mathbf{J}(\boldsymbol{\varepsilon}^{(k)}) \{\boldsymbol{\varepsilon}^{(k+1)} - \boldsymbol{\varepsilon}^{(k)}\} = \mathbf{0}, \mathbf{J}(\boldsymbol{\varepsilon}^{(k)}) = \left[ \frac{\partial f_i(\boldsymbol{\varepsilon}^{(k)})}{\partial \varepsilon_j} \right] \quad (4.7)$$

위 식의  $\boldsymbol{\varepsilon}^{(k)}$ 는  $k$ 번의 반복을 통해 계산된 근사해를 의미하며,  $\mathbf{J}$ 는  $\mathbf{f}$ 의 Jacobian 행렬을 의미한다. 식 (4.7)은 여전히 미결정 방정식이므로,

$\mathbf{\epsilon}^{(k+1)}$ 를 결정하기 위해서는 추가적인 구속 조건이 필요하다. 본 연구에서는  $\mathbf{\epsilon}^{(k+1)}$ 의 무수히 많은 후보 중 원점으로부터의 거리가 가장 짧은 해를 선택하도록 하였으며, 이를 Lagrange 승수법으로 표현하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize: } \|\mathbf{\epsilon}^{(k+1)}\|^2 + \lambda^T [\mathbf{J}(\mathbf{\epsilon}^{(k)})\{\mathbf{\epsilon}^{(k)} - \mathbf{\epsilon}^{(k+1)}\} - \mathbf{f}(\mathbf{\epsilon}^{(k)})] \quad (4.8)$$

이러한 경우,  $\mathbf{\epsilon}^{(k+1)}$ 는 최종적으로 다음과 같이 주어지게 된다.

$$\mathbf{\epsilon}^{(k+1)} = [\mathbf{J}(\mathbf{\epsilon}^{(k)})]^\dagger \{\mathbf{J}(\mathbf{\epsilon}^{(k)})\mathbf{\epsilon}^{(k)} - \mathbf{f}(\mathbf{\epsilon}^{(k)})\}, [\mathbf{J}]^\dagger = \mathbf{J}^T [\mathbf{J}\mathbf{J}^T]^{-1} \quad (4.9)$$

식 (4.9)의 위 첨자로 사용된 기호  $\dagger$ 는 의사 역행렬(pseudo-inverse matrix)을 나타낸다.

최종적으로 수립된 설계파의 위상  $\mathbf{\epsilon}^*$ 는 반복의 초기 시작 위치  $\mathbf{\epsilon}^{(0)}$ 에 따라 달라지므로, 설계파가 유일하게 정의되지는 않는다. Fig. 4.4는 생성된 설계파의 예시를 나타낸 것으로, 해상상태는 유의파고 10.0m, 최고주기 12.0초로 앞선 조건과 동일하며, 목표 시점  $t_0$ 는 600.0초, 목표값  $x_p$ 는 58.0m로 설정하여 계산된 결과이다. 그림을 살펴보면, 반복의 초기 시작 위치에 따라 얻어지는  $x_L(t)$ 의 프로파일이 매우 상이함을 알 수 있다. 특히, 보다 문제가 되는 것은 Fig. 4.4의 오른쪽 결과와 같이 목표 시점 이외의 시점에서 목표값  $x_p$ 를 상회하는 극한응답이 발생하는 경우이다. 이는 목표



시점에서의 값을 통해 극한 응답을 추정하고자 하는 본 설계과 해석의 의도에 따르면 그리 바람직하지 않은 경우라고 볼 수 있다. 또한, 이렇게 상이한 프로파일을 유도시키는 설계과들을 이용하여 비선형 시간영역 해석을 수행하는 경우, 최종적으로 얻어지는 비선형 저주파 표류운동의 극한응답 역시 편차가 클 수 있다는 단점이 있다.

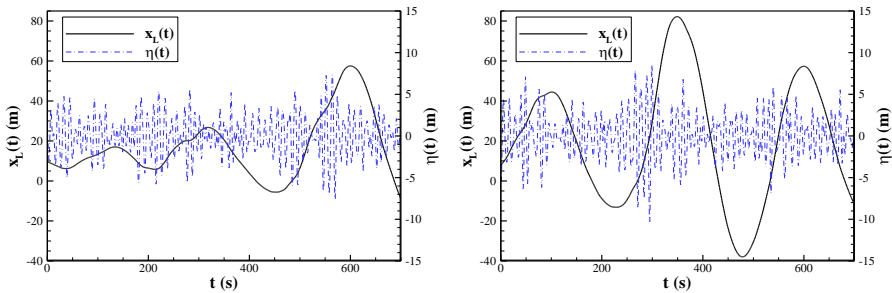


Fig. 4.4 Examples from the conditioning of the extreme response amplitude  
( $x_p = 58.0\text{m}$ ,  $t_0 = 600.0\text{s}$ )

위와 같은 문제가 발생하는 이유는 설계과의 생성 조건이 단지 목표 시점에서의 정보만으로 구성되었기 때문이다. 이러한 문제를 개선하기 위하여, 본 연구에서는 Adegeest et al.(1998)의 Most-likely extreme response 기법을 응용하여 설계과에 추가적인 구속조건을 가하고자 하였다. Most-likely extreme response 기법은 선형 극한응답의 평균 프로파일을 유도하는 입사파를 설계과로 정의하는 것으로, 이때의 평균 프로파일이 New wave 이론을 바탕으로 계산되기에 정규분포를 따르는 1차의 응답에만 적용 가능하다는 한계가 있다.

본 연구에서는 2차의 볼테라 급수의 극한응답 주변에서의 평균 프로파일을 유도하고, 이를 바탕으로 Most-likely extreme response 기법을 저주파 표류운동에 적용할 수 있는 방법을 제안하고자 한다.

Tromans et al.(1991)의 New wave 이론에 따르면, 표준정규 프로세스  $u(t)$ 의 극댓값  $u(t_0) = u_0$  주변에서의 평균 프로파일은  $u(t)$ 의 자기상관함수에  $u_0$ 를 곱한 형태로 주어진다.

$$E[u(t)|u(t_0)=u_0, \dot{u}(t_0)=0] = u_0 R_u(t-t_0) \quad (4.10)$$

식 (4.10)의  $R_u(t)$ 는  $u(t)$ 의 자기상관함수를 의미한다. 한편,  $x_L(t)$ 는 모멘트로부터 계산되는 사상함수를 통해 표준정규 프로세스  $u(t)$ 로 다음과 같이 치환될 수 있음을 제 2장에서 설명한 바 있다.

$$x_L(t) = m_x + \kappa \sigma_x \left[ u(t) + \sum_{n=3}^4 \hat{h}_n \text{He}_{n-1}[u(t)] \right] \quad (4.11)$$

위 식의  $m_x$ 와  $\sigma_x$ 는 각각  $x_L(t)$ 의 평균과 표준편차를 의미한다. 이때,  $x_L(t)$ 의 자기공분산함수(auto-covariance function)  $R_x(t)$ 는  $R_u(t)$ 와 다음의 관계식을 만족한다(Winterstein, 1988).

$$R_x(t) = (\kappa \sigma_x)^2 \left[ R_u(t) + \sum_{n=3}^4 (n-1)! \hat{h}_n^2 \{R_u(t)\}^{n-1} \right] \quad (4.12)$$

$R_x(t)$ 는 아래와 같이 주어지는  $x_L(t)$ 의 스펙트럼  $S_x(\omega)$ 의 역푸리에

변환을 통해 해석적으로 구할 수 있다.

$$S_x(\omega) = 8 \int_0^\infty \left| H_1^{(-)}(\omega + \mu, \mu) \right|^2 S(\omega + \mu) S(\mu) d\mu \quad (4.13)$$

즉, 식 (4.12)는  $R_u(t)$ 에 대한 3차 방정식으로 취급할 수 있으며, 이는 3차 방정식의 일반해를 통해 쉽게 풀이 가능하다. 따라서  $x_L(t)$ 와 사상함수로 대응되는 표준정규 프로세스  $u(t)$ 의 극댓값 주변에서의 평균 프로파일인  $u_0 R_u(t - t_0)$ 이 주어지게 되며, 이를 식 (4.11)의  $u(t)$ 에 대입함으로써  $x_L(t)$ 의 평균 프로파일에 대한 유도가 마무리된다. 최종적인 식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} x_{ML}(t) &\equiv E \left[ x_L(t) \mid x_L(t_0) = x_p, \dot{x}_L(t_0) = 0 \right] \\ &\approx m_x + \kappa \sigma_x \left[ u_0 R_u(t - t_0) + \sum_{n=3}^4 c_n \text{He}_{n-1}(u_0 R_u(t - t_0)) \right], u_0 = g^{-1}(x_p) \end{aligned} \quad (4.14)$$

식 (4.14)에 근사기호 ‘ $\approx$ ’가 사용된 것은 사상함수의 비선형성으로 인해  $u(t)$ 의 평균 프로파일이  $x_L(t)$ 의 평균 프로파일로 정확히 이어지지 않는기 때문이다. Fig. 4.5는  $x_{ML}(t)$ 의 정확도 검증을 위하여, 목표 시점 600.0초에서 극댓값 58.0m를 갖는  $x_L(t)$ 의 프로파일 수백 개를 생성하여 평균을 취한 것과 비교한 것이다. 그림을 살펴보면,  $x_L(t)$ 의 평균 프로파일과  $x_{ML}(t)$  사이에 약간의 차이가 존재하나, 전반적으로 높은 정확도를 보이는 것을 확인할 수 있다.

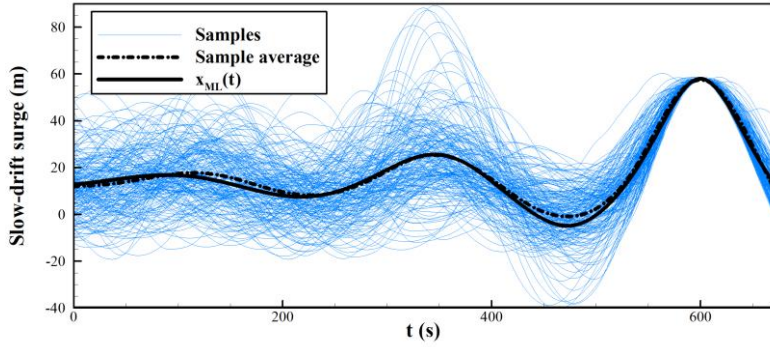


Fig. 4.5 Comparison between  $x_{ML}(t)$  and the average profile of samples  
( $x_p = 58.0\text{m}$ ,  $t_0 = 600.0\text{s}$ )

그러나 1차의 응답에 대한 Most-likely extreme response 기법과 달리,  $x_{ML}(t)$ 를 유도하는 설계파를 역추적하는 것이 간단하지 않다. 이는 2차의 응답과 입사파 사이의 비선형적인 관계로 인해 입사파의 위상에 대한 방정식이 비선형성을 갖기 때문이다. 또한, 2차의 응답에 대해서는 평균 프로파일을 유도하는 설계파의 유일성에도 역시 의문이 제기된다. 따라서 본 연구에서는  $x_{ML}(t)$ 를 유도하는 설계파를 직접 계산하는 대신, 앞서 설명한 설계파 생성 방법을 그대로 사용하여 해를 구하고, 구해진 해와  $x_{ML}(t)$  사이의 상관계수를 계산하여 특정 값 이상이 되는 경우에만 설계파로 선택하는 우회적인 방법을 적용하였다. 해의 선택의 기준이 되는 상관계수 ‘Corr’은 다음과 같이 정의된다.

$$\text{Corr} = \frac{E\left[\left(x_L^*(t) - m_x^*\right)\left(x_{ML}(t) - m_{ML}\right)\right]}{\sigma_x^* \sigma_{ML}}, \quad 0 < t < t_0 \quad (4.15)$$

위 식의  $x_L^*(t)$  는 반복을 통해 계산된 해를 의미하며,  $m_x^*$  와  $\sigma_x^*$  는 각각  $x_L^*(t)$  의 시간  $0 < t < t_0$  동안의 평균과 표준편차를,  $m_{ML}$  과  $\sigma_{ML}$  은  $x_{ML}(t)$ 의 시간  $0 < t < t_0$  동안의 평균과 표준편차를 나타낸다. Fig. 4.6은 Corr의 기준값을 0.95와 0.98로 설정했을 때 구해진 해를 나타낸 것이다. 극댓값 조건만을 적용한 Fig. 4.4의 예시와 달리 생성된 해들 사이의 차이가 상당히 완화된 것을 확인할 수 있으며, 목표 시점 이외의 시점에서 극한 응답이 발생하는 경우도 사라진 것을 알 수 있다.

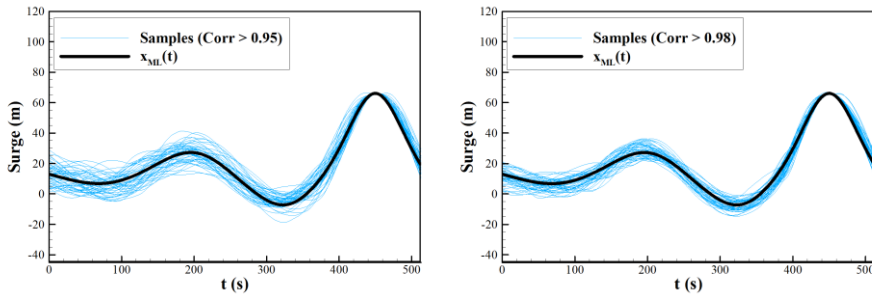


Fig. 4.6 Samples from the conditioning of the Most-likely response profile with the correlation threshold of 0.95 (left) and 0.98 (right)  
( $x_p = 66.2\text{m}$ ,  $t_0 = 450.0\text{s}$ )

### 4.3 FORM 기법과의 비교

Jensen(2007)이 제시한 FORM을 이용한 설계과 해석 기법은 이론적으로 응답의 차수에 관계 없이 적용 가능하며, MPFP를 탐색함으로써 설계과를 생성하기 때문에 유일한 설계과가 정의된다는 장점이 있다. 따라서 본 연구에서는 FORM 설계과 기법을 저주파 표류운동에 대하여 적용해보고, 본 연구에서 제시하는 기법과의 비교를 통해 장단점을 파악하고자 하였다.

제 2.3절에서 설명하였듯이, Jensen(2007)은 FORM 기법의 적용을 위해 불규칙 입사파에 대한 다음과 같은 표현법을 사용하였다.

$$\zeta_1^{(1)}(t) = \sum_{j=1}^N (u_j \sigma_j \cos \omega_j t - \bar{u}_j \sigma_j \sin \omega_j t), \quad \sigma_j^2 = S(\omega_j) \Delta \omega \quad (4.16)$$

식 (4.16)의  $u_j$  와  $\bar{u}_j$  는 표준정규분포를 따르는 임의의 변수로, 주파수 성분  $\omega_j$ 의 위상과 더불어 진폭에도 임의성을 부과하는 역할을 한다. 식 (4.16)을 식 (4.3)과 같은 형태로 변환하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \zeta_1^{(1)}(t) &= \sum_{j=1}^N \hat{A}_j \cos(\omega_j t + \hat{\varepsilon}_j) \\ \hat{A}_j &= \sigma_j \sqrt{u_j^2 + \bar{u}_j^2}, \quad \hat{\varepsilon}_j = \begin{cases} \tan^{-1}(\bar{u}_j / u_j), & u_j \geq 0 \\ \tan^{-1}(\bar{u}_j / u_j) + \pi, & u_j < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.17)$$

이때, 선형화된 저주파 표류운동  $x_L(t)$ 가  $t_0$ 에서  $x_p$ 의 극한응답을 갖는 경우를 표현하는 한계상태함수는 다음과 같이 표현된다.

$$h(\mathbf{u}) = x_p - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \hat{A}_j \hat{A}_k \left| H_1^{(-)}(\omega_j, \omega_k) \right| \cos \left[ (\omega_j - \omega_k)t_0 + (\hat{\varepsilon}_j - \hat{\varepsilon}_k) + \angle H_1^{(-)}(\omega_j, \omega_k) \right] = 0 \quad (4.18)$$

위 식의  $\mathbf{u}$ 는 각각  $u_j$ 와  $\bar{u}_j$ 를 성분으로 하는  $2N$ 차원의 벡터를 의미한다. 이와 같이 정의되는 한계상태 방정식을 최적화 기법인 FORM을 이용해 풀이하여 원점으로부터의 거리가 가장 짧은 해인  $\mathbf{u}^*$ 를 찾고, 이를 식 (4.16)에 대입함으로써 설계파를 생성하는 것이 FORM 기법에서의 설계파 생성 방법이다.

본 연구에서는 FORM 해석을 위해 MATLAB 기반의 오픈 소스 프로그램인 FERUM을 사용하였다. Fig. 4.7은 두 해상상태에 대하여 FORM을 통해 생성된 설계파 및 그에 따른  $x_L(t)$ 의 예시를 나타낸 것으로, 목표 시점은 450.0초, 목표값은 66.2m로 설정하였다. 그림을 살펴보면, FORM을 통해 생성된 설계파가 두 조건에서 모두 단일 그룹파(group wave)의 형태를 띠고 있으며, 다른 시점에서는 파가 존재하지 않는 정수면으로 나타나는 것을 알 수 있다. 이는 두 해상상태가 모두 유의파고 10.0m 이상의 극한 해상상태라는 점을 고려할 때, 가능성이 매우 낮은 시나리오라고 볼 수 있다. 그러나 FORM 기법의 정의에 따르면 이는 ‘가장 가능성이 높은(most probable)’ 시나리오라는 모순이 생긴다. 이와 같은 문제가 발생하는 것은 FORM을 통해 생성되는 설계파가 해상상태의 스펙트럼을

제대로 반영하지 못하기 때문이다. 식 (4.16)와 같은 입사파의 표현법은  $\{u_j, \bar{u}_j\}$ 가 표준정규분포를 따르는 임의의 변수로 설정되는 경우에만 해상상태의 스펙트럼을 잘 따르게 된다. 그러나 FORM을 통해 얻은 MPFP인  $\mathbf{u}^*$ 와 같이 인위적인 값이 사용되는 경우, 진폭  $\hat{A}_j$ 가 본래의 스펙트럼적인 특성을 잃어버리게 되어 Fig. 4.7과 같은 다소 비현실적인 설계파가 생성되는 것이다. 이는 해상상태 본연의 스펙트럼과 생성된 설계파의 에너지 스펙트럼을 비교한 Fig. 4.8에서 더욱 확연히 드러난다. Fig. 4.8을 살펴보면, FORM을 통해 생성된 설계파의 스펙트럼이 본래의 해상상태를 나타내는 스펙트럼을 심각하게 왜곡하는 것을 확인할 수 있다.

또한, 두 해상상태가 유의파고를 제외한 나머지 조건이 모두 같은 경우, FORM을 통해 생성되는 설계파는 두 해상상태에서 정확히 일치하게 되는 문제가 발생한다. Fig. 4.9는 다른 조건을 고정한 채 유의파고를 10.0m와 15.0m로 달리한 두 해상상태에서의 FORM 해석 결과를 나타낸 것이다. 그림을 살펴보면, 두 해상상태의 유의파고의 차이가 상당함에도 불구하고 생성된 설계파의 모양은 정확히 일치하는 것을 확인할 수 있다. 이는 두 스펙트럼 사이의 비율이 모든 주파수에 대하여 일정하기 때문에 발생하는 현상으로, FORM의 계산 결과는 MPFP의 신뢰도 지수(reliability index)만이 다를 뿐 같은 시나리오를 예측하게 되는 것이다.



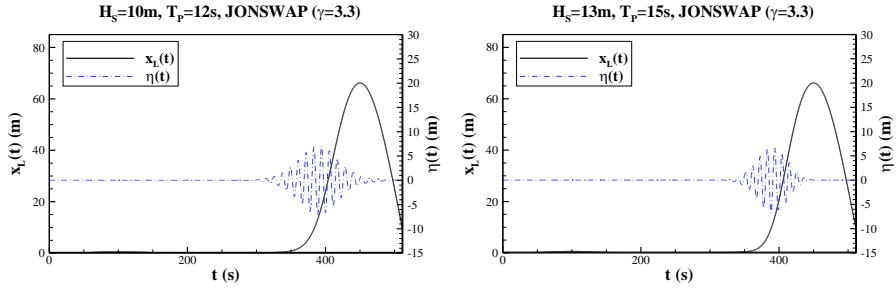


Fig. 4.7 Design wave episodes from FORM analysis ( $t_0=450.0s$ ,  $x_p=66.2m$ )

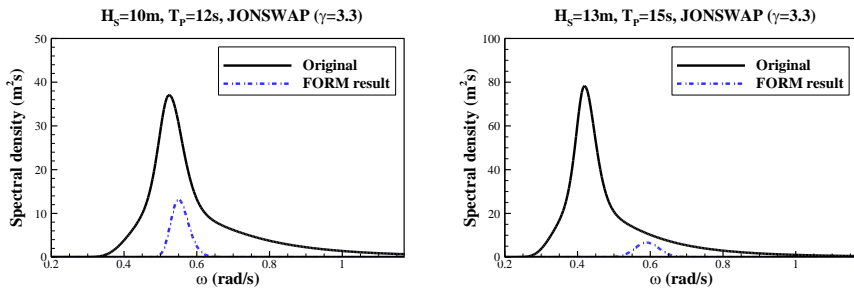


Fig. 4.8 Comparison of wave spectrums (original vs. FORM result)

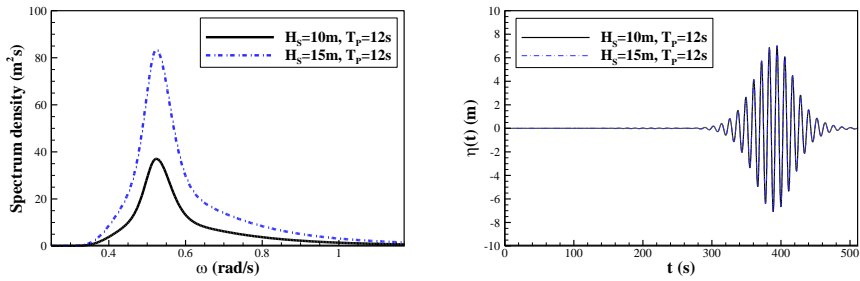


Fig. 4.9 Comparison of design waves by FORM under two different sea states with constant spectral density ratio

이와 같은 시험 결과로 미루어 볼 때, FORM 기법의 저주파  
표류운동에 대한 적용은 해상상태의 스펙트럼 정보를 제대로

반영하지 못하는 문제가 있는 것으로 판단된다. 그러나 이는 FORM을 통해 생성된 설계과가 비선형 저주파 표류운동의 극한 응답 해석에 결코 사용될 수 없음을 의미하지는 않는다. 이에 대한 추가적인 내용은 설계과를 이용한 비선형 저주파 표류운동의 해석 결과를 소개하는 부분에서 언급하도록 하겠다.

#### 4.4 설계파를 이용한 비선형 극한응답 해석

다음으로, 본 연구의 설계파 해석 기법의 정확도를 검증하기 위해 수행한 전시간 해석과의 비교 시험 결과를 살펴보도록 하자. 해상 조건은  $0^\circ$ 의 단일방향에서 입사하는 유의파고 10.0m, 스펙트럼 최고주기 12.0초, peak enhancement factor 3.3의 JONSWAP 스펙트럼을 적용하였으며, 4.5시간의 비선형 저주파 표류운동의 최댓값을 비교의 기준으로 하였다. 설계파 해석에 앞서 비선형 저주파 표류운동의 최댓값의 확률분포를 파악하기 위해, 입사파의 위상을 달리하여 4.5시간의 시간영역 연성해석을 100회 반복 수행하였다. Fig. 4.10은 전후동요 저주파 표류운동의 4.5시간 최댓값의 누적확률분포를 나타낸 것이다. 비선형 저주파 표류운동의 그래프는 100회의 반복해석 결과를 의미하며, 선형화된 저주파 표류운동에 대한 그래프는 식 (2.94)를 통해 계산된 것이다. 설계파의 생성에 사용되는 목표값  $x_p$ 는 선형화된 저주파 표류운동의 최댓값의  $p$ -백분위수를 나타내므로, 이 설계파를 이용한 시간영역 해석결과가 비선형 저주파 표류운동의 최댓값의  $p$ -백분위수로 이어지는 것이 가장 이상적인 경우일 것이다. 즉, Fig. 4.10의 선형화된 저주파 표류운동에 대한 그래프의 한 점을 이용하여 설계파 해석을 수행하면, 해당 점으로부터 수평이동을 통해 비선형 저주파 표류운동에 대한 그래프와 만나는 점의 값이 예측되어야 한다. 이러한 경우, 방대한 양의 반복해석을 수행하지 않아도 비선형 응답의 최댓값의 원하는 백분위수를 산정할 수 있게 된다.

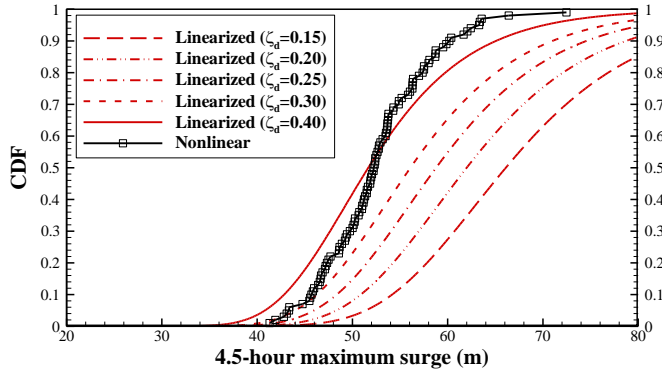


Fig. 4.10 CDFs of the 4.5-hour maximum slow-drift motions

그러나 Fig. 4.10에 나타나듯이, 선형화된 저주파 표류운동의 최대값의 누적확률분포는 선형 감쇠비를 얼마로 산정하느냐에 따라 매우 달라지게 된다. 비선형 감쇠력을 선형화하는 것은 에너지 소실량 계산을 위한 응답의 진폭에 따라 다른 결과를 낳게 되므로, 선형 감쇠비가 설계과 해석 결과에 영향을 미치는 것은 바람직하지 않다고 볼 수 있다. 그러나 결론부터 말하자면, 선형 감쇠비는 설계과 해석 결과에 영향을 미치지 않으며, Fig. 4.10의 선형화된 저주파 표류운동에 대한 그래프들 중 어느 것을 사용하여 설계과를 생성하여도 동일한 해석 결과를 얻을 수 있다. 이는 감쇠비의 변화가 선형화된 저주파 표류운동의 최대값의 크기에만 영향을 미칠 뿐, 최대값이 발생하는 시점을 바꾸지는 않기 때문이다. 특정 입사파에 대하여 선형 감쇠비가  $\zeta_1$ 일 때  $x_L(t)$ 의 최대값이  $t=t_1$ 에서 발생한다면, 선형 동적 시스템의 특성으로 인해 감쇠비를  $\zeta_2$ 로 변경하여도 동일한 시점에서 최대값이 발생하게 된다. 이는 바꾸어

말하면 특정 감쇠비 하에서 생성된 설계파가 다른 감쇠비에 대해서도 여전히 설계파로 정의될 수 있다는 것이다. Fig. 4.11은 선형 감쇠비 0.20인 경우의 누적확률분포의 50%-백분위수를 이용해 생성된 설계파가 감쇠비 0.15 및 0.25인 경우의 50%-백분위수를 정확히 유도하는 것을 보여주고 있다. 또한, 평균 프로파일과의 Corr값 역시 세 경우 모두에서 0.97 이상의 값을 나타내어, 설계파의 생성이 선형 감쇠비와 무관함을 잘 나타내주고 있다.

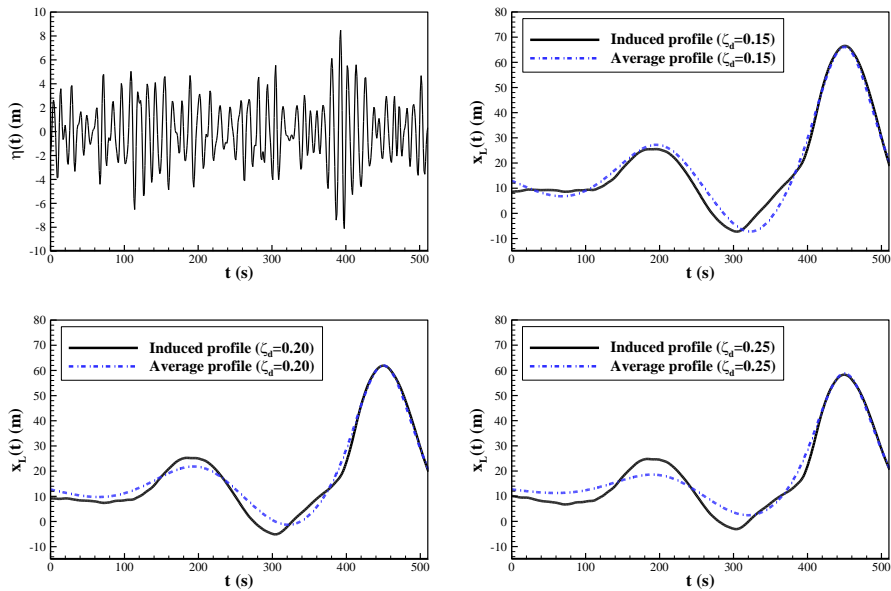


Fig. 4.11 Design wave (upper left) generated under damping ratio of 0.20, and the linearized slow-drift motions under 3 different damping ratios induced by the same design wave ( $t_0=450.0s$ ,  $x_p=50\%$ -percentile of 4.5h-maximum)

전시간 해석과 설계과 해석 결과의 비교는 4.5시간 최댓값의 50%-백분위수와 80%-백분위수 두 경우에 대하여 수행하였다. 목표시점  $t_0$ 는 저주파 표류운동의 두 주기 정도에 해당하는 450.0초로 설정하였으며, Corr값의 임계값은 0.0, 0.95 및 0.98의 세 경우를 시험 적용하였다. 각 경우에 대하여 설계과는 총 50개씩 생성하여 해석을 수행하였으며, 비교를 위해 FORM 기법을 통해 생성된 설계과를 이용한 해석을 추가적으로 수행하였다.

Fig. 4.12와 Table 4.2는 전시간 해석과 설계과 해석의 비교 시험 결과를 요약한 것이다. 결과를 살펴보면, 설계과 해석이 전시간 해석에서 산정된 극한응답을 높은 정확도로 예측하는 것을 확인할 수 있다. 50%와 80% 두 백분위수 모두에 대하여, 설계과 해석과 전시간 해석 결과간의 차이는 3% 미만으로 확인되고 있다. 이는 전시간 해석의 최댓값의 누적확률분포가 완벽하게 수렴된 결과라고 볼 수 없다는 것을 고려할 때, 충분히 높은 정확도로 판단된다. 결과에서 주목되는 또 다른 특징은, Corr의 임계값이 높아질수록 설계과 해석 결과의 편차가 감소한다는 점이다. Corr의 임계값이 0.0에서 0.95로 증가하면서, 설계과 해석 결과의 표준편차는 약 20% 감소한 것을 확인할 수 있다. 이는 동일한 정도로 수렴된 해석 결과를 얻기 위해 필요한 설계과의 개수가 줄어드는 것을 의미한다. 즉, 적절한 Corr 임계값의 설정은 설계과 해석의 효율성을 증진시키는 데에 도움이 되는 것을 알 수 있다. 한편, FORM 해석 결과 역시 동일한 수준의 정확도를 보이는 것으로 확인되고 있다.

그러나 앞서 설명한 바와 같이 FORM을 통해 생성된 설계파의 물리적인 특성이 다소 비합리적이므로, FORM 기법을 이용한 저주파 표류운동 해석의 적절성에 대해서는 추가적인 논의가 필요해 보인다.

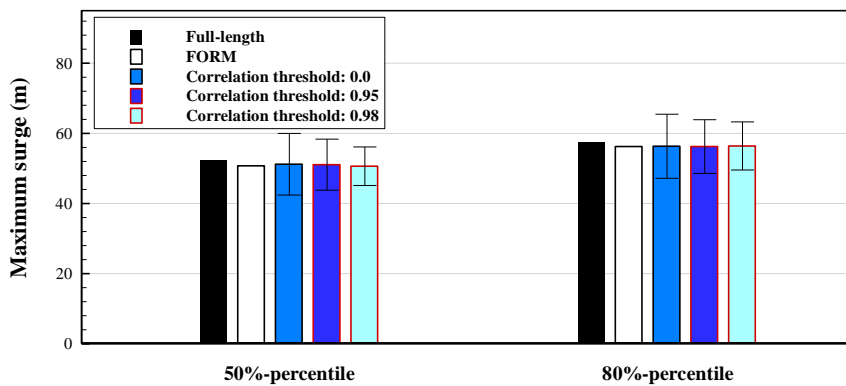


Fig. 4.12 Comparison test results of the full-length simulation and the design wave analysis (error bar: 95% confidence interval)

Table 4.2 Comparison test results of the full-length simulation and the design wave analysis (inside parentheses: ratio to the full-length simulation result)

	50%-percentile		80%-percentile	
Full-length	52.2m		57.4m	
FORM	50.8m (97.3%)		56.2m (97.9%)	
Design wave	Average	Stdev.	Average	Stdev.
Corr threshold: 0.00	51.2m (98.1%)	4.48m	56.3m (98.1%)	4.66m
Corr threshold: 0.95	51.1m (97.9%)	3.71m	56.2m (97.9%)	3.90m
Corr threshold: 0.98	50.7m (97.1%)	2.80m	56.4m (98.3%)	3.61m

## 5. 부유식 해양구조물의 설계 해석 프로시저

### 5.1 동적 응답 해석 프로시저 제안

부유식 해양구조물 및 계류선의 극한 응답 해석은 비선형 요소들로 이루어진 복잡한 동적 시스템, 비정규분포성이 강한 통계적 특성 및 방대한 양의 해석조건으로 인해, 비교적 간단한 해석방법에서 정밀한 해석방법으로 이어지는 프로시저에 따라 수행되는 것이 일반적이다. 이러한 프로시저에는 여러 가지가 존재하며, 제시하는 기관 및 해석을 수행하는 업체에 따라 그 프로시저가 상이하다. 본 연구에서는 API(American Petroleum Institute)에서 발행한 문건에 대한 검토를 통해 현재 사용되고 있는 부유식 해양구조물 및 계류선의 동적 응답 해석 프로시저에 대해 알아보고, 본 연구의 수행 내용을 바탕으로 보다 개선된 해석 프로시저를 제시하고자 하였다.

Fig. 5.1은 API-RP-2SK(2005)에 언급된 현재 업계에서 사용되는 부유체와 계류선의 동적 응답 해석 프로시저를 정리한 모식도이다. 문건에 따르면, 현재 사용되는 해석 프로시저는 크게 3개의 단계로 구성되어 있다. 첫 번째 단계는 주파수영역 전달함수의 계산으로, 주파수영역에서의 포텐셜 유동 해석을 통해 파랑 기진력 및 운동응답의 RAO와 QTF를 계산하여 추후의 단계에서 사용할 수 있도록 하는 역할을 수행한다. 두 번째 단계는 위험 해석 조건에 대한 사전선별 해석으로, 해석 초기의 방대한 양의 해석 조건에



대하여 간단한 해석 기법의 적용을 통해 극한 응답을 빠르게 계산하여 위험 해석 조건을 선별하는 단계이다. 마지막 단계에서는 선별된 위험 해석 조건에 대하여 시간영역 연성해석을 통해 정확한 응답을 해석하고 극한 응답을 추정하게 된다.

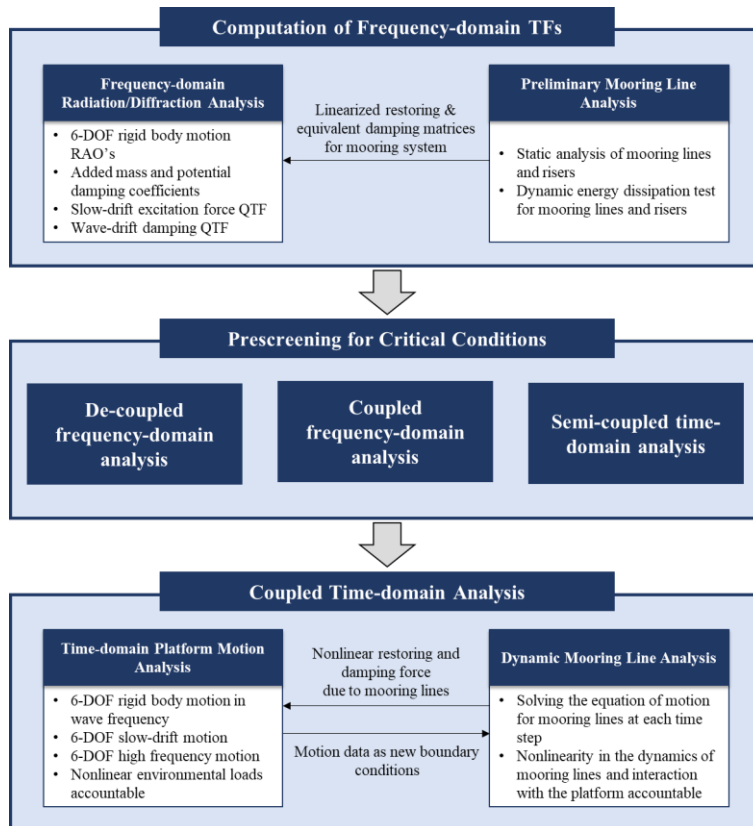


Fig. 5.1 Diagram of the current industrial practices of the dynamic analysis procedure for floating offshore structures (API-RP-2SK)

프로시저 상의 두 번째 단계인 위험 조건에 대한 사전선별 해석에 사용된 기법에 대해 보다 자세히 알아보자. API-RP-2SK에서

언급하고 있는 사전선별 단계에서의 해석 기법은 주파수영역 비연성 해석(de-coupled frequency-domain analysis), 주파수영역 연성 해석(coupled frequency-domain analysis), 시간영역 준연성 해석(semi-coupled time-domain analysis)으로 분류된다. 각 기법에 대한 간단한 설명은 다음과 같다.

#### ■ 주파수영역 비연성 해석

이 해석기법은 부유체와 계류선, 라이저와의 연성효과 및 상호작용을 정확하게 고려할 수 없으며, 주파수영역에서의 풀이를 위해 비선형 복원력과 감쇠력을 선형화해야하는 단점이 있다. 이에 따라 정확도는 다른 해석방법에 비하여 가장 떨어지나, 해석에 소요되는 시간은 가장 짧은 해석 기법이다. 이 해석기법은 주로 두 단계에 걸쳐 진행된다. 첫 번째 단계에서는 플랫폼의 6자유도 운동 성분에 대한 평균, 표준편차, 최대값 등을 주파수영역 전달함수와 입사파 스펙트럼을 이용해 계산하고, 이후 두 번째 단계에서 계류선과 라이저의 장력을 계산한다.

#### ■ 주파수영역 연성 해석

이 해석기법은 주파수영역 해석의 효율성을 유지하면서 비연성 해석의 부족한 정확도를 보완한 것으로, 정확도 대비 효율성이 높은 해석기법이라 할 수 있다. 이 해석기법은 시간영역 연성해석에 비하여 훨씬 짧은 계산시간을 많은 수의 해석조건을 고려해야 하는 사전선별 단계에서도 사용 가능하나, 비선형성이 큰 응답에 대해

적용하는 경우 주의가 필요하다. 또한 모든 플랫폼 및 계류선에 작용하는 모든 비선형 하중을 선형화해야하므로, 정확한 해석을 위해서는 모형시험 혹은 시간영역 연성해석과의 보정(calibration)이 필수적이다.

#### ▪ 시간영역 준연성 해석

이 해석기법은 계류시스템에 의한 비선형 복원력 및 계류선과 라이저에 작용하는 조류하중을 직접적으로 고려할 수 있다는 점에서 비연성 해석과의 차별성이 있다. 이 해석기법에서는 계류선과 라이저의 거동을 준정적(quasi-static)으로 풀어냄으로써, 부유체에 작용하는 비선형 복원력과 계류선에 작용하는 유체하중을 고려한 보다 정확도 높은 해석결과를 얻을 수 있다. 그러나 계류선 및 라이저의 동적응답과 이에 의한 감쇠력을 고려할 수 없다는 한계가 있다.

이처럼 현재 통용되고 있는 동적 응답 해석 프로시저는 위험 조건을 선별하는 사전선별 단계에 사용되는 해석 기법으로 특징지을 수 있다. 그러나 비선형성의 일부 혹은 전부를 선형화하는 기존의 사전선별 해석은 정확도에 대한 불확실성이 존재할 수 밖에 없다. 이는 선별된 위험 조건에 대한 신뢰성에 영향을 미쳐 궁극적으로 시간영역 연성해석이 요구되는 해석조건의 수를 증가시키며, 프로시저의 전체적인 효율성의 감소를 야기할 수 있다. 또한, 비선형성의 선형화를 위한 모형시험 혹은 시간영역

연성해석과의 보정 과정 역시 이를 수행하는 엔지니어에 따라 그 결과가 달라질 수 있다.

본 연구에서는 기존의 동적 응답 해석 프로시저가 갖는 이러한 문제점을 개선하기 위한 방안으로, 플랫폼의 극한 저주파 표류운동에 대한 설계과 해석을 사전선별 해석과 시간영역 연성해석 사이에 추가한 해석 프로시저를 제안하고자 한다. 설계과 해석은 전시간에 걸친 시간영역 연성해석을 대체하기 위한 개념이나, 전시간 해석에 비해 월등히 짧은 계산시간으로 인해 위험 조건에 대한 2차 사전선별의 용도로도 활용 가능하다. 설계과 해석을 이용한 사전선별의 장점은, 사전선별 단계에서 모든 비선형성을 고려할 수 있어 선형화를 기반으로 하는 기존의 사전선별 기법에 비해 높은 정확도를 확보할 수 있으며, 보정에 대한 변동성 역시 제거된다는 점에 있다.

Fig. 5.2는 본 연구에서 제안하는 부유식 해양구조물 및 계류선의 동적 응답 해석 프로시저를 나타낸 모식도이다. 해석에 사용되는 입력 데이터는 플랫폼 및 계류시스템에 대한 정보, 환경조건 및 운영조건, 주파수영역 해석을 통해 계산된 전달함수 등으로 구성된다. 입력 데이터의 준비가 완료되면, 프로시저의 첫 단계에서는 주파수영역 비연성 해석을 통해 위험 조건 선별을 위한 1차 사전선별이 수행된다. 이후, 두 번째 단계에서는 선별된 해석 조건에 대하여 설계과 해석을 통해 플랫폼의 극한 표류위치 및 계류선, 라이저의 극한 장력을 계산한다. 마지막 단계에서는 설계과

해석을 통해 가장 큰 극한응답이 나타나는 것으로 예측된 소수의 해석 조건에 대하여 전시간 연성해석을 통한 검증을 수행한다. 설계과 해석 결과에 대한 정확도가 충분히 확보된 경우 마지막 단계인 전시간 해석을 생략할 수 있으며(Fig. 5.2의 Path 2), 설계과 해석의 적용이 어려운 경우에 대해서는 기존의 해석 프로시저와 마찬가지로 1단계의 사전선별만을 거친 뒤 바로 전시간 연성해석을 수행할 수 있다(Fig. 5.3의 Path 3).

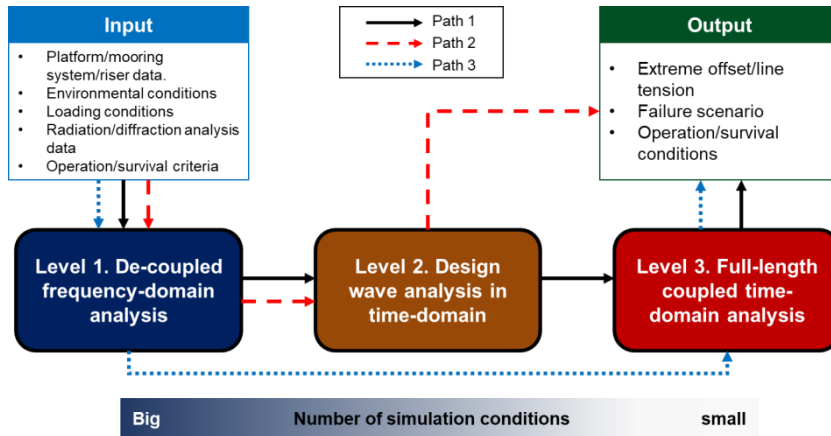


Fig. 5.2 Flow diagram of the suggested procedure for the dynamic analysis of floating offshore structures

Fig. 5.3은 제시된 프로시저 상의 첫 단계인 주파수영역 비연성 해석을 통한 사전선별 해석의 흐름도를 나타낸다. 본 연구의 주파수영역 비연성 해석은 평균 선수각 해석(static heading angle analysis), 평균 표류위치 해석(static horizontal offset analysis), 비연성 준정적 해석(de-coupled quasi-static analysis)으로 이루어진다. 평균

선수각 해석은 파도, 바람 및 조류에 의해 플랫폼에 가해지는 정적 선수동요(yaw) 모멘트가 평형을 이루는 선수각을 계산하는 것으로, 뒤이어지는 평균 표류위치 해석과 비연성 준정적 해석에서는 플랫폼의 선수각을 이 값으로 고정한 채 해석을 수행하게 된다. 평균 표류위치 해석에서는 플랫폼에 가해지는 평균 파표류력 및 정적 풍하중, 조류하중과 계류선에 의한 복원력이 평형을 이루는 수평방향의 표류위치를 계산하고, 이 위치에서의 계류선에 의한 수평방향의 선형화된 복원력 계수를 계산하여 이후의 단계로 전달한다.

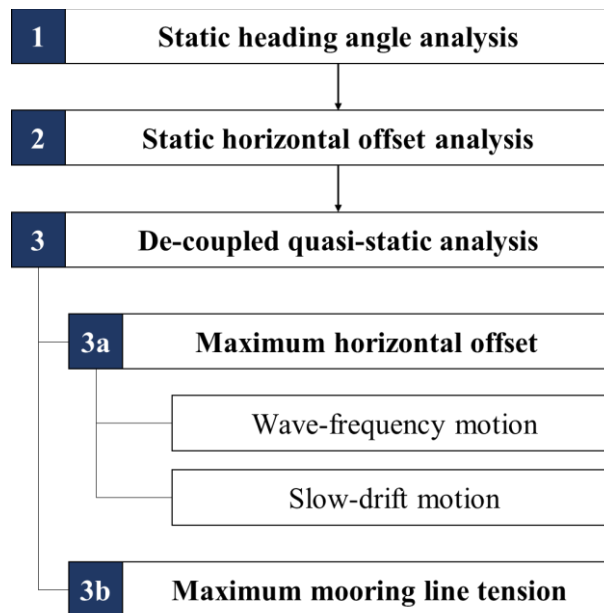


Fig. 5.3 Flow diagram of the de-coupled frequency-domain analysis in the suggested dynamic analysis procedure

주파수영역 비연성 해석의 마지막 단계인 비연성 준정적 해석에서는 주파수영역 전달함수를 이용하여 플랫폼의 수평방향 운동응답의 최댓값을 계산하고, 계산된 최대 변위에 대한 정적 해석을 통해 계류선에 걸리는 최대 장력을 산정한다. 수평방향 운동응답의 최댓값은 좌주파수 성분과 저주파 표류운동 성분으로 나누어 계산된다. 먼저 좌주파수 운동응답의 분산은 응답 스펙트럼의 적분을 통해 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_{WF,i}^2 = \int_0^\infty |H_i^{(1)}(\omega)|^2 S(\omega) d\omega, \quad i=1,2 \quad (5.1)$$

위 식의  $H_i^{(1)}$  은  $i$ 번째 모드의 운동응답 RAO를 나타낸다. 저주파 표류운동 성분의 분산은 빠른 계산을 위하여 저주파 기진력 스펙트럼을 이용하여 계산된다. 저주파 기진력은 2차의 좌주파수 파랑 기진력과 동적 풍하중으로 구성된다. 2차의 좌주파수 파랑 기진력 스펙트럼은 다음과 같이 주어진다.

$$S_{F,i}^{wave}(\omega) = 8 \int_0^\infty S(\omega + \mu) S(\mu) |H_{F,i}^{(-)}(\omega + \mu, \mu)|^2 d\mu, \quad i=1,2 \quad (5.2)$$

$H_{F,i}^{(-)}$  는  $i$ 번째 운동 모드 방향의 좌주파수 파랑 기진력 QTF를 의미한다. 동적 풍하중 스펙트럼은 풍속의 시간에 따른 변화 성분이 평균 풍속에 비해 매우 작다는 가정 하에 다음과 같이 계산된다.

$$S_{F,i}^{\text{wind}}(\omega) = \left( \rho_{\text{air}} A_{\text{wind}} \bar{U}_i^{\text{wind}} \right)^2 S_i^{\text{wind}}(\omega), i = 1, 2 \quad (5.3)$$

위 식의  $\bar{U}_i^{\text{wind}}$  와  $S_i^{\text{wind}}(\omega)$  는 각각  $i$ 번째 운동 모드 방향의 평균 풍속과 풍속 스펙트럼을 나타낸다. 최종적으로 저주파 표류운동의 분산은 다음과 같은 근사식을 이용하여 계산된다(Faltinsen, 1990).

$$\sigma_{\text{LF},i}^2 = \int_0^\infty \frac{S_{F,i}^{\text{wave}}(\omega) + S_{F,i}^{\text{wind}}(\omega)}{\left[ c_i - (m + a_i)\omega^2 \right]^2 + b_i^2 \omega^2} d\omega, i = 1, 2 \quad (5.4)$$

식 (5.4)의  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ 는 각각  $i$ 번째 운동 모드 방향의 부가질량, 선형화된 감쇠력 계수, 선형화된 복원력 계수를 의미한다.

운동응답의 각 성분에 대한 분산이 구해지면, 적절한 상향교차율 모델을 적용하여 최댓값을 산정할 수 있다. 이때, 상향교차율 모델로는 파주파수 성분과 저주파 표류운동 성분 모두에 대하여 Rayleigh 분포를 사용하였다. 저주파 표류운동의 경우 상향교차율이 Rayleigh 분포를 따르지 않는 것을 앞서 확인하였으나, 수많은 해석조건에 대하여 고유치 해석을 수행하는 것이 다소 비효율적이므로 사전선별 해석에서는 Rayleigh 분포를 통한 빠른 계산법을 취하였다. 최종적으로 플랫폼의 최대 표류위치가 계산되면, 해당 위치에서의 계류선에 대한 정적 해석을 통해 최대 장력을 산정하게 된다. 주파수영역 비연성 해석을 통한 사전선별 해석에 대한 보다 자세한 내용은 Lim et al.(2015)에서 참고할 수 있다.



사전선별을 통해 선별된 위험 해석 조건은 다음 단계인 설계과 해석으로 전달된다. 설계과 해석은 전시간 연성해석과 비교하여 월등히 짧은 해석 소요 시간을 기반으로, 보다 많은 위험 조건에 대한 비선형 해석 수행을 가능케 한다. 이후, 최종적으로 가장 위험하다고 판별된 소수의 해석 조건에 대하여 전시간 연성해석을 수행함으로써, 플랫폼 및 계류선의 극한 응답 추정 과정을 마무리한다.

## 5.2 프로시저 적용 예시

본 연구에서 제안하는 동적 응답 해석 프로시저의 적용 가능성을 검토하기 위해, 반잠수식 플랫폼을 예시로 프로시저를 적용하여 플랫폼 및 계류선의 극한 응답을 산정해 보았다. 사용된 반잠수식 플랫폼 및 계류시스템의 제원은 제 3.1절에서 소개한 것과 동일하다. 운동응답이 기술되는 좌표계는 양의  $x$ -방향이 동쪽을, 양의  $y$ -방향이 북쪽을 향하도록 정의된다. Fig. 5.4는 좌표계의 정의 및 계류선의 배치를 나타낸 평면도이다.

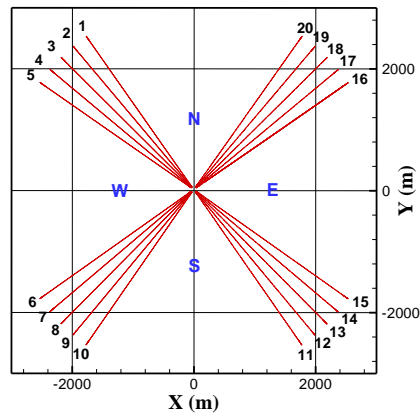


Fig. 5.4 Definition of coordinate system and the layout of the mooring lines

해석에 사용된 환경조건은 Gulf of Mexico(GoM)의 Walker Ridge 해역의 metocean data가 사용되었다. Fig. 5.5는 Walker Ridge 해역의 위치를 지도상에 나타낸 것이다. Table 5.1은 Walker Ridge 해역의 반복주기 10년, 50년, 100년에 해당하는 파랑조건을 나타내며, Table

5.2는 같은 반복주기에 대한 풍랑 조건과 조류 조건을 나타낸다. 해석 조건은 두 표의 metocean data를 조합하여 구성하였으며, 하나의 성분이 100년의 반복주기에 해당하는 경우 나머지 두 성분 중 한 성분은 10년 주기로, 다른 성분은 10년 혹은 50년 주기로 조합하여 과도하게 강한 환경조건을 배제하도록 하였다. 각 성분의 입사방향 간의 상관관계는 해석 조건의 조합에 있어 고려하지 않았다. 이러한 경우, 모든 조합의 경우의 수는 8,704개로 나타난다. 입사파의 스펙트럼은 peak enhancement factor 3.3의 JONSWAP 스펙트럼을, 풍랑 스펙트럼은 NPD 스펙트럼 모델을 사용하였다. 수심에 따른 조류 속도 프로파일은 주어진 데이터가 없기 때문에, 2002년 GoM에서 계측된 Hurricane Isidore의 조류 프로파일을 수면에서의 조류속도에 비례하도록 변경하여 사용하였다. Hurricane Isidore의 조류 속도 프로파일은 Halkyard et al.(2004)에서 참고할 수 있다. 각 환경조건을의 지속시간은 4.5시간으로 설정하였다.

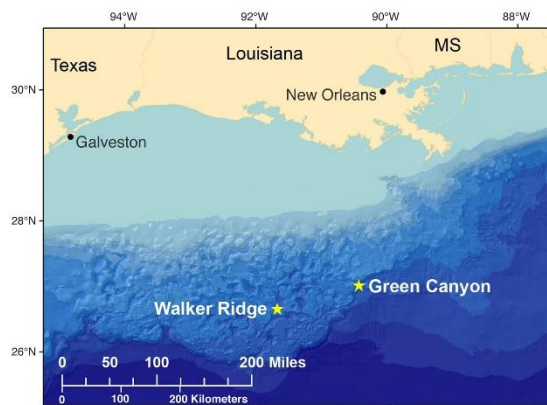


Fig. 5.5 Walker Ridge in Gulf of Mexico (referenced from OBSIP website)

Table 5.1 Metocean data of Walker Ridge in GoM (wave data)

	Significant wave height (m)			Spectral peak period (s)		
	10-year	50-year	100-year	10-year	50-year	100-year
N	6.1	8.5	9.6	11.6	11.9	12.0
NE	7.1	10.1	11.3	12.1	12.4	12.5
E	8.6	11.8	13.1	13.4	14.0	14.2
SE	8.5	12.0	13.5	12.1	12.9	13.2
S	8.0	11.0	12.3	10.9	11.6	11.9
SW	7.3	10.0	11.1	10.6	11.3	11.6
W	6.6	9.2	10.4	11.1	11.9	12.1
NW	6.2	8.7	9.8	11.4	12.0	12.2

Table 5.2 Metocean data of Walker Ridge in GoM (wind &amp; current data)

	Wind speed at 10m above MWL (m/s)			Surface current (m/s)		
	10-year	50-year	100-year	10-year	50-year	100-year
N	26.3	36.1	40.4	1.32	1.81	2.02
NE	28.5	39.6	44.4	1.43	1.98	2.22
E	28.7	40.1	45.1	1.44	2.01	2.26
SE	28.6	39.7	44.5	1.43	1.99	2.23
S	27.3	37.8	42.3	1.37	1.89	2.12
SW	25.8	35.8	40.2	1.29	1.79	2.01
W	25.2	34.7	38.8	1.26	1.74	1.94
NW	24.9	34.3	38.3	1.25	1.72	1.92

Fig. 5.6은 8,704개의 환경 조건에 대한 주파수영역 비연성 해석 결과를 나타낸 것이다. 그림에서 ‘◇’ 기호는 각 조건에서의 평균 표류위치를, ‘□’ 기호는 최대 표류위치를 나타낸다. Table 5.3은 최대 표류위치를 기준으로 상위 10개의 환경 조건을 정리한 것이다. 상위 환경조건들에서 눈에 띄는 특징은, 대부분의 조건에서 세 하중성분이 비슷한 방향으로 작용한다는 점이다. 또한, 상위 10개의

조건 중 파랑조건의 반복주기가 100년인 경우가 4개, 조류조건의 반복주기가 100년인 경우가 5개로 나타났으며, 풍랑조건의 경우 9개의 조건에서 반복주기가 10년인 것으로 나타나 풍하중의 영향이 상대적으로 약한 것으로 확인되고 있다. 파랑조건은 상위 10개의 조건 모두 유의파고가 더 큰 동쪽방향이나 남동쪽방향이 아닌, 남쪽방향에서 작용하는 점도 눈에 띄는 특징이다. 이는 남쪽방향의 파랑조건의 스펙트럼 최고주기가 저주파 표류력이 더 큰 영역에 위치하기 때문이다.

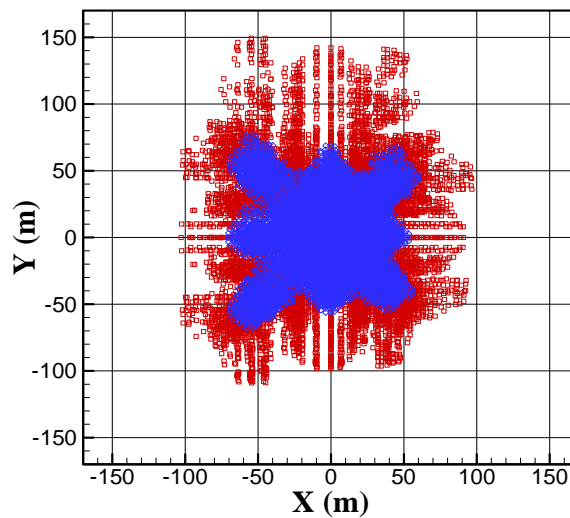


Fig. 5.6 De-coupled frequency-domain analysis result for 8,704 environmental conditions (diamond: mean offset, square: maximum offset)

Table 5.3 Top 10 critical environmental conditions in terms of maximum offset

Rank	Wave direction	Wave return period	Wind direction	Wind return period	Current direction	Current return period
1	S	50-year	SE	10-year	SE	100-year
2	S	100-year	SE	10-year	SE	50-year
3	S	50-year	E	10-year	SE	100-year
4	S	100-year	E	10-year	SE	50-year
5	S	50-year	S	10-year	SE	100-year
6	S	100-year	S	10-year	SE	50-year
7	S	50-year	SW	10-year	SE	100-year
8	S	100-year	SW	10-year	SE	50-year
9	S	50-year	SE	50-year	SE	50-year
10	S	50-year	NE	10-year	SE	100-year

다음으로, 사전선별을 통해 가장 위험한 것으로 판별된 상위 10개의 환경조건에 대하여 수행된 설계파 해석 결과를 살펴보도록 하자. 시간영역 연성해석에는 SML의 MOTION과 LINES 모듈을 이용하였으며, 각 조건에 대하여 5개의 설계파를 생성하여 해석을 수행하였다. 설계파의 생성에 사용된 목표값은 최댓값의 50%-백분위수이며, 목표값의 발현 시점은 저주파 표류운동 고유주기의 약 2배에 해당하는 450.0초로 설정하였다. 또한, 극한응답의 평균 프로파일과의 상관관계수 Corr의 임계값은 0.95로 설정하였다. Fig. 5.7은 남쪽방향에서 작용하는 반복주기 50년과 100년의 파랑조건에 대하여 생성된 설계파의 예시를 나타낸 것이다. 한편, 5번의 설계파 해석에서 풍속 시계열은 모두 random seed를 다르게 적용하였다.

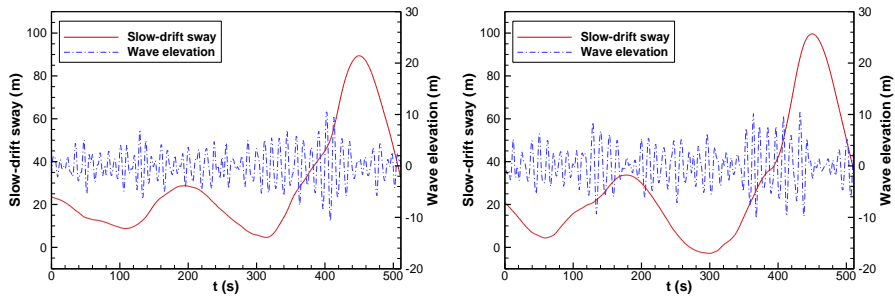


Fig. 5.7 Examples of design waves (left: 50-year wave, right: 100-year wave)

설계과 해석에서 풍하중과 조류하중을 함께 고려하는 경우, 목표시점  $t_0$ 가 정적 조류하중과 풍하중에 의한 천이구간(transient region)에서 벗어나 있어야 한다. 이를 확인하기 위하여 파랑하중을 제외하고 조류하중과 풍하중만이 존재하는 경우에 대하여 천이구간시험을 수행하였다. Fig. 5.8은 이에 대한 결과를 나타낸 것으로, 해석 조건은 남동쪽방향의 100년주기 조류하중과 50년주기 풍하중이 함께 작용하도록 한 것이다. 그림을 살펴보면, 두 하중에 의한 플랫폼의 천이거동구간은 약 300.0초를 기준으로 끝나는 것으로 확인되고 있다. 즉, 본 해석에서 설정한 목표시점인 450.0초는 적절한 값으로 판단할 수 있다.

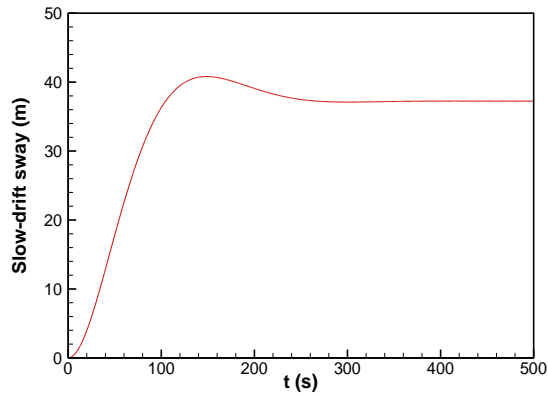


Fig. 5.8 Transient region test for steady wind and current loads

Fig. 5.9는 상위 10개의 환경조건에 대한 설계파 해석을 통해 얻은 수평방향 최대 변위와 계류선의 최대 장력을 나타낸 것이다. 그래프의 가로축은 사전선별 결과로부터 산정된 각 환경조건의 순위를 나타내며, 그래프의 값은 각 조건별로 5회 반복 수행한 설계파 해석결과의 평균을 의미한다. 결과를 살펴보면, 사전선별로부터 산정된 환경조건의 순위가 설계파 해석 결과에서 그대로 이어지는 않는 것을 알 수 있다. 특히 눈에 띄는 특징은, 파랑조건 1번의 반복주기가 50년, 조류조건 1번의 반복주기가 100년인 1번, 3번, 5번, 7번, 10번 조건이 그 반대의 경우인 2번, 4번, 6번, 8번 조건에 비해 다소 큰 결과를 나타낸다는 점이다. 이는 사전선별 단계에서 계류선에 작용하는 조류하중을 제대로 반영하지 않았기 때문으로 판단된다. 그러나 같은 반복주기를 갖는 조건들끼리의 비교에서는 사전선별에서 산정된 순위가 설계파 해석 결과에서도 어느 정도 유지되는 것을 확인할 수 있다. 또한, 사전선별에서 가장



높은 순위로 선정된 1번 조건이 설계과 해석에서도 가장 높은 최대 변위와 최대 장력 값을 보이는 것도 유의미한 결과로 볼 수 있다. 한편, 최대 장력이 걸리는 계류선은 10개의 조건 모두에서 11번 계류선(Fig. 5.4 참고)으로 확인되었다.

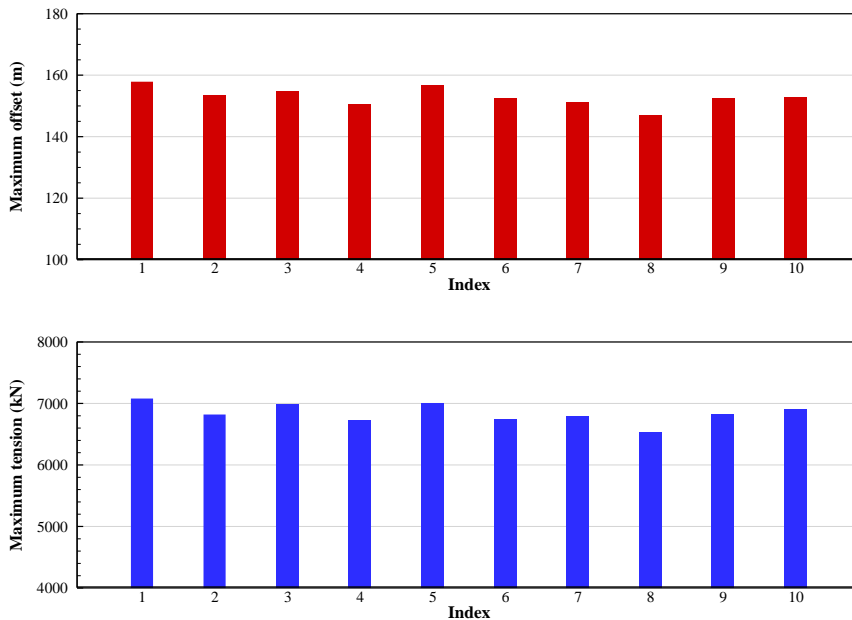


Fig. 5.9 Maximum horizontal offset (upper) and the maximum mooring line tension (lower) estimated by the design wave analysis in the prescreened environmental conditions

동적 응답 해석 프로시저의 마지막 단계로, 설계과 해석을 통해 나타난 최상위 환경조건에 대한 전시간 연성해석을 수행하였다. 전시간 연성해석 역시 SML의 MOTION과 LINES 모듈을 이용하여 수행되었으며, 1번 환경조건 하에서 입사파 및 풍속에 대한 random

seed를 달리하여 15회의 반복 해석을 수행하였다. Fig. 5.10은 전시간 연성해석 결과의 예시를 나타낸 것이며, Table 5.4는 설계파 해석과 전시간 연성해석 결과를 비교한 것이다. 설계파 해석이 최댓값의 50%-백분위수에 대하여 수행되었으므로, 전시간 연성해석과의 비교는 15회 반복해석 결과의 중간값에 대하여 수행하였다. 표를 살펴보면, 최대 표류위치와 최대 장력 모두 설계파 해석이 전시간 연성해석에 비해 약 3-4% 크게 산정한 것을 확인할 수 있다. 이는 각각 5회와 15회의 설계파 해석과 전시간 연성해석의 반복수행 횟수에서 비롯될 수 있는 불확실성을 고려할 때 상당히 높은 정확도로 판단되며, 조류하중과 풍하중이 함께 작용하는 경우에도 설계파 해석이 안정적으로 극한 응답을 예측할 수 있음을 확인시켜준다. 또한, 전시간 연성해석 역시 15회의 반복해석 모두 11번 계류선에서 최대장력이 나타나는 것을 확인하였다.

Table 5.4 Comparison of the design wave analysis and the full-length simulations on the 50%-percentile of maximum responses

	Design wave analysis	Full-length simulations	Ratio
Maximum offset	157.9m	152.8m	103.5%
Maximum tension	7080kN	6840kN	103.3%

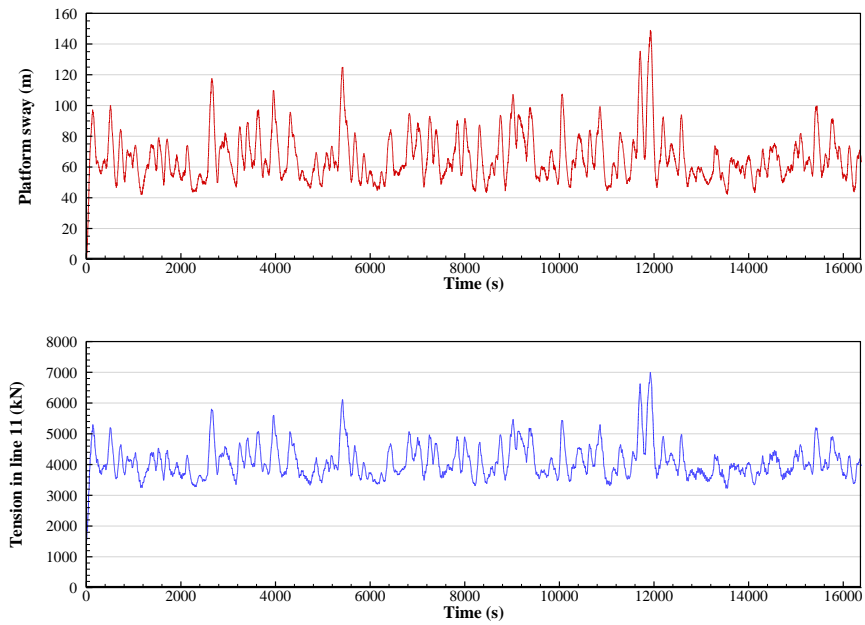


Fig. 5.10 Example time series of the platform sway motion (upper) and the tension in line 11 (lower) in the most extreme environmental condition

## 6. 결론 및 향후 연구

### 6.1 결론

본 연구는 부유식 해양구조물의 비선형 유체동역학적 응답에 대한 통계 해석 기법의 고도화 및 그를 통한 설계 하중 추정 프로시저의 효율화를 목표로 수행되었다. 이를 위하여, 먼저 대표적인 2차의 유체동역학적 응답인 플랫폼의 저주파 표류운동, TLP의 스프링잉 운동 및 플랫폼 주변에서의 비선형파에 대한 통계적 해석을 수행하고, 각 응답의 통계적 특성을 분석하였다. 또한, 계류선의 극한 장력에 큰 영향을 미치는 저주파 표류운동의 극한 응답을 효율적으로 산정할 수 있는 설계파 해석 기법을 새로이 개발하였다. 이를 바탕으로, 수많은 해석조건에 대한 플랫폼의 극한 표류위치 및 계류선의 극한 장력을 산정하기 위한 동적 응답 해석 프로시저를 제안하였다. 이상의 연구를 통해 얻은 주요 결과 및 결론은 다음과 같이 요약된다.

- 비선형 감쇠력과 복원력을 선형화한 동적 시스템으로부터 유도되는 선형화된 저주파 표류운동의 확률분포는 기진력인 2차의 차주파수 파랑하중이 갖는 강한 비정규분포성으로 인해 정규분포 모델과 상당한 차이가 발생함을 확인하였다. 그러나 동적 시스템의 비선형성을 증가시킬수록 저주파 표류운동의 비정규분포성이 완화되는 현상이 관찰되었으며, 플랫폼-계류선

연성해석으로부터 계산된 비선형 저주파 표류운동의 왜도 및 첨도는 선형화된 저주파 표류운동의 것에 비해 큰 폭으로 감소하는 것을 확인하였다. 이는 비정규분포성을 유발하는 서로 다른 요소들의 상호작용으로 인해 그 효과가 상쇄되기 때문으로 판단된다. 그러나 비선형 저주파 표류운동의 확률분포에도 여전히 정규분포와의 큰 차이가 존재하며, 극한 응답을 정규분포 모델로 산정하는 경우 20% 이상의 과소평가가 발생할 가능성이 있다. 즉, 비선형 저주파 표류운동의 확률분포는 선형화된 저주파 표류운동의 확률분포와 정규분포 사이에 위치할 가능성이 매우 높으며, 정확한 산정을 위해서는 긴 시간동안의 시간영역 연성해석이 필수적으로 요구된다. 더욱이, 저주파 표류운동은 매우 긴 평균 주기로 인해 시계열의 길이에 따른 통계적 특성의 수렴성이 현저히 떨어지므로, 극한 응답 해석을 위해서는 여러 번의 반복 해석이 요구된다. 본 연구의 주요 기여 중 하나는 바로 저주파 표류운동의 극한 응답 추정에 있어 발생하는 이러한 어려움을 개선할 수 있는 설계와 해석기법을 제시하였다는 데에 있다.

- TLP의 상하동요 운동응답의 경우, 온화한 해상상태에서는 스프링잉 응답 성분이 지배적으로 존재하여 강한 비정규분포성과 좁은 주파수대역폭의 특성을 나타낸다. 특히, 입사파 스펙트럼의 최고주기가 상하동요 고유주기의 2배에 가까운 경우 가장 강한 비정규분포성을 보이며, 높은 첨도로 인해 확률밀도함수의 꼬리

부분으로 갈수록 정규분포 모델과의 차이가 커지는 것을 확인하였다. 반면, 최고주기가 상대적으로 긴 극한의 해상상태에서는 파주파수 성분의 늘어난 비율로 인해 비정규분포성이 완화되고 주파수대역폭이 증가하는 것을 확인할 수 있었다. 그러나 이러한 경우에도 확률밀도함수의 꼬리 부분에서 발생하는 정규분포와의 차이는 무시할 수 없는 수준으로 관찰되었다.

- TLP의 상하동요 운동에 의해 텐던 및 라이저에 가해지는 피로 하중의 산정을 위해서는 응력 시계열의 극댓값의 확률밀도함수가 필요하다. 이를 위하여, 본 연구에서는 에르미트 모멘트 기법에서 정의되는 사상함수를 이용하여 일반적인 주파수대역폭을 갖는 2차 볼테라 급수의 극댓값의 확률밀도함수에 대한 해석적인 식을 유도하였다. 이를 바탕으로 텐던 및 라이저의 피로 하중을 효율적으로 산정할 수 있는 방법을 제안하였으며, 예시 적용을 통해 그 정확도를 검증하였다. 또한, 주파수대역폭을 제대로 반영하지 않는 협대역 모델을 사용하는 경우 피로 하중이 과대평가 될 수 있음을 확인하였으며, 상하동요 운동응답의 비정규분포성이 다소 약한 경우에도 피로 하중에서 드러나는 비정규분포성의 영향은 결코 무시할 수 없음을 확인하였다.
- 극한 해상상태에서의 TLP 주변의 비선형파의 경우, 가장 큰 파고가 관찰되는 지점은 lee-side의 stabilizing column 앞부분과 lee-

side 폰툰 상부로 확인되었다. 그러나 두 위치에서의 극한 파고가 유도되는 물리적 메커니즘은 상당히 다른 것으로 분석된다. Lee-side의 stabilizing column 앞부분에서는 자유표면 높이의 표준편차가 다른 갑판 위치에 비해 큰 것으로 나타났으며, 이는 곧 파의 회절 및 방사로 인해 해당 지점으로 파의 에너지가 집중됨을 의미한다. 그러나 lee-side 폰툰 상부의 경우 자유표면 높이의 왜도 및 첨도가 가장 큰 것으로 확인되며, 이는 2차의 비선형 성분이 강하게 작용함을 의미한다. 또한, 선형 극한 파고가 비슷하게 나타나는 점들 사이에도 비선형성을 포함하는 경우 나타나는 비정규분포성의 차이가 매우 클 수 있음을 확인하였다. 즉, TLP의 갑판 침수 발현 여부 및 발생 위치에 대한 정확한 해석을 위해서는 2차의 회절파와 방사파까지 고려한 비선형 해석이 필수적임을 알 수 있다.

- 입사파의 방향분포성은 대체로 플랫폼 주변의 극한 파고를 감소시키는 방향으로 작용하는 것을 확인하였다. 가장 일반적으로 사용되는 방향분포함수인 cosine 제곱 함수의 경우, long-crested sea에 비하여 극한 파고를 약 6-8% 감소시키는 것으로 나타났다. 그러나 입사파의 주 입사방향이 두 개인 양봉형 방향분포함수의 경우 단봉형 방향분포함수에 비해 큰 극한 파고를 나타낼 수 있음을 확인하였다.
- TLP의 air-gap에 대한 set-down의 영향을 파악하기 위하여, 본

연구에서는 set-down을 고려한 상대파에 대한 확률분포를 해석적으로 유도하고, 예시 적용을 통해 그 정확도를 검증하였다. Set-down에 의한 상대파고의 증가는 파랑 하중만이 존재하는 경우 거의 무시할 수 있는 정도로 나타났으나, 강한 풍하중 및 조류하중이 작용하는 경우 TLP의 설치 수심에 따라 큰 폭의 증가를 야기할 수 있는 것을 확인하였다. 그러나 set-down에 의한 극한 파고의 증가분은 수평방향 최대 변위에서 발생하는 최대 set-down에 한참 미치지 못하는 것으로 확인되었으며, 평균 표류위치에서 발생하는 정적 set-down의 고려만으로도 상대파고 증가의 대부분을 설명할 수 있는 것으로 확인되었다.

- 비선형 저주파 표류운동의 극한 응답 산정에 필요한 시간영역 연성해석 시간을 줄이기 위한 방안으로, 저주파 표류운동에 대한 설계파 해석기법을 개발하였다. 기본적인 개념은 기존의 1차 유체동역학적 응답에 대해 제시된 Most-likely extreme response 기법을 2차의 저주파 표류운동에 대해 적용 가능하도록 확장한 것으로, 이를 위하여 2차의 볼테라 급수의 극한 응답 주변에서의 평균 프로파일을 해석적으로 유도하였다. 극한 해상상태에서의 반잠수식 플랫폼에 대한 전시간 연성해석 결과와의 비교를 통해 설계파 해석 기법의 정확도를 검증하였으며, 4.5시간의 전시간 해석을 450초의 설계파 해석으로 대체함으로써 계산 시간을 약 97% 단축시켰음에도 불구하고 높은 정확도로 전시간 연성해석 결과를 예측하는 것을 확인하였다.



- 마지막으로, 수많은 해석 조건에 대하여 플랫폼의 최대 변위 및 계류선의 최대 장력을 산정하기 위한 동적 응답 해석 프로시저를 제시하였다. 제시된 프로시저는 주파수영역 비연성해석을 통한 위험 조건의 사전선별, 선별된 해석 조건에 대한 설계과 해석, 최상위 조건에 대한 전시간 연성해석의 3단계로 구성된다. 프로시저의 적용 가능성 검토를 위해 실제 metocean data를 바탕으로 구성된 8천여개의 해석조건에 대하여 반잠수식 플랫폼의 극한 응답을 산정하였으며, 풍하중 및 조류하중이 작용하는 경우에도 설계과 해석기법이 전시간 연성해석 결과를 안정적으로 예측 가능함을 확인하였다.

## 6.2 향후 연구

본 연구에서 제시한 설계과 기법의 고도화를 위하여 다음과 같은 방향의 추가적인 연구가 필요할 것으로 판단된다.

- 본 연구에서는 저주파 표류운동이 플랫폼의 전체 변위의 대부분을 차지한다는 가정 하에, 2차의 차주파수 성분에 대해서만 적용 가능한 설계과 해석 기법을 제시하였다. 그러나 보다 정확한 해석을 위해서는 파주파수 성분이 함께 고려된 1차 및 2차의 수평방향 운동응답에 대한 해석으로 본 기법을 확장시킬 필요성이 있다. 이 과정에서 발생할 것으로 예상되는 문제점은, 파주파수 성분을 포함하게 되면 설계과 해석 결과가 더 이상 선형화된 감쇠력 계수에 독립적이지 않을 수 있다는 부분이다. 파표류 감쇠력 및 점성항력에 의한 감쇠력이 선형화된 동적 시스템에서 어느 정도로 반영되느냐에 따라 파주파수 성분과 저주파 표류운동 성분의 상대적인 중요도가 결정되므로, 파주파수 성분을 포함한 설계과 해석에서는 감쇠력의 튜닝이 매우 중요할 수 있다. 그러나 이러한 문제에도 불구하고 1차 및 2차 성분이 혼재하는 경우에 대한 설계과 해석 기법의 추가적인 연구는 유의미할 것으로 판단된다.
- 터렛(turret) 계류 시스템이 적용된 FPSO(floating production storage and offloading)와 같이 강한 선수동요 운동을 동반하는 경우에

대한 본 설계과 해석 기법의 적용 가능성 검토가 필요하다. QTF로 표현되는 주파수영역 계산결과에는 대진폭의 선수동요 운동응답에 의한 비선형성이 반영되지 않으므로, 본 연구의 기법에서는 설계과의 생성 단계에서 선수동요 운동응답의 영향을 고려하는 것이 불가능하다. 따라서 현재 개발된 설계과 해석 기법이 FPSO의 극한 변위 예측에 있어 어느 정도의 정확도를 나타내는지를 확인하고, 부족한 경우 선수동요 운동응답의 영향을 반영할 수 있는 방법에 대한 모색이 필요할 것이다. 이는 본 기법이 적용 가능한 모델의 범위를 넓힘으로써, 보다 다양한 플랫폼에 대한 해석 과정 효율화에 도움이 될 것으로 판단된다.

- 1차의 파주파수 성분과 2차의 합주파수 및 차주파수 성분이 혼재하는 경우에 대하여 적용이 가능하도록 본 설계과 해석 기법의 개념을 확장시킴으로써, 저주파 표류운동 이외의 비선형 유체동역학적 문제로 본 기법의 적용 범위를 넓힐 수 있을 것으로 판단된다. 예를 들어 본 연구에서 다루었던 플랫폼 주변의 비선형파에 대한 문제의 경우, 1차의 성분과 2차의 성분이 모두 중요하게 작용하는 응답이면서도 정확한 해석을 위해서는 CFD 해석 혹은 모형 시험을 수행해야 하는 문제이다. 이때, CFD 해석과 모형 시험을 통한 극한 파고 산정을 위한 설계과의 생성 방법으로 본 연구의 기법을 확장시킬 수 있을 것으로 판단되며, 이는 1차의 성분만을 고려하는 기존의 설계과 해석에 비해 이론적인 완성도와 정확도를 향상시킬 수 있을 것으로 기대된다.

## 참고문헌

- [1] Adegeest, L.J.M., Braathen, A., Løseth, R.M. (1998). “Use of non-linear sea-loads simulations in design of ships”, *Proceedings of the Seventh International Symposium on Practical Design of Ships and Mobile Units*, Hague, Netherlands.
- [2] Alford, L.K. (2008). “Estimating extreme responses using a non-uniform phase distribution”, *Ph.D. Thesis*, University of Michigan, USA.
- [3] API-RP-2SK (2005). “Design and analysis of stationkeeping systems for floating structures”, American Petroleum Institute, USA.
- [4] Bedrosian, E., Rice, S.O. (1971). “The output properties of volterra systems (nonlinear systems with memory) driven by harmonic and Gaussian inputs”, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 59(12), pp. 1688-1707.
- [5] Benasciutti, D. (2004). “Fatigue Analysis of Random Loadings”, *Ph.D. Thesis*, University of Ferrara, Italy.
- [6] Cartwright, D.E., Longuet-Higgins, M.S. (1956). “The statistical distribution of the maxima of a random function”, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, Vol. 237, pp. 212-232.
- [7] Crandall, S.H. (1980). “Non-Gaussian closure of random vibration of non-linear oscillators”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 15, pp. 303-313.

- [8] Demirbilek, Z. (1990). "Design formulae for offset, set down and tether loads of a tension leg platform (TLP)," *Ocean Engineering*, Vol. 17(5), pp. 517-523.
- [9] Emmerhoff, O.J. (1994). "The slow-drift motions of offshore structures", *Ph.D. Thesis*, MIT, USA.
- [10] Faltinsen, O.M. (1990). *Sea loads on ships and offshore structures*, Cambridge University Press, UK.
- [11] Forristall, G.Z. (2000). "Wave crest distributions: observations and second-order theory," *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 30, pp. 1931-1943.
- [12] Friis-Hansen, P., Nielson, L.P. (1995). "On the New wave model for the kinematics of large ocean waves", *Proceedings of the ASME 1995 14<sup>th</sup> International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, Copenhagen, Denmark.
- [13] Garrett, D.L. (1982). "Dynamic analysis of slender rods", *Journal of Energy Resources Technology*, Vol. 104(4), pp. 302-306.
- [14] Halkyard, J., Liagre, P., Tahar, A. (2004). "Full scale data comparison for the Horn Mountain Spar", *Proceedings of the ASME 2004 23<sup>rd</sup> International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, Vancouver, Canada.

- [15] Hosking, J.R.M. (1990). "L-moments: analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics", *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol. 52(1), pp. 105-124.
- [16] HSE (2017). "Offshore statistics & regulatory activity report 2017", Health and Safety Executive, UK.
- [17] Izadparast, A.H., Niedzwecki, J.M. (2009). "Probability distributions for wave runup on offshore platform columns", *Proceedings of the ASME 2009 28<sup>th</sup> International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, Honolulu, USA.
- [18] Jain, A.K. (1997). "Nonlinear coupled response of offshore tension leg platforms to regular wave forces," *Ocean Engineering*, Vol. 24(7), pp. 577-592.
- [19] Jensen, J.J. (2007). "Efficient estimation of extreme non-linear roll motions using the first-order reliability method (FORM)", *Journal of Marine Science and Technology*, Vol. 12, pp. 191-202.
- [20] Jensen, J.J. (2008). "Extreme value predictions and critical wave episodes for marine structures by FORM", *Ships and Offshore Structures*, Vol. 3(4), pp. 325-333.
- [21] Jensen J.J. (2009). "Stochastic procedures for extreme wave load predictions – Wave bending moment in ships", *Marine Structures*, Vol. 22, pp. 194-208.

- [22] Jensen, J.J., Capul, J. (2006). "Extreme response predictions for jack-up units in second order stochastic waves by FORM", *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 21, pp. 330-337.
- [23] Kac, M., Siebert, A.J.F. (1947). "An explicit representation of a stationary Gaussian process", *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 18, pp. 438-442.
- [24] Kim, D.H. (2012). "Design Loads Generator: Estimation of extreme environmental loadings for ship and offshore applications", *Ph.D. Thesis*, University of Michigan, USA.
- [25] Kim, M.H. (1988). "The complete second-order diffraction and radiation solutions for a vertically axisymmetric body", *Ph.D. Thesis*, MIT, USA.
- [26] Kim, S. (1998). "Nonlinear interaction of water waves with three-dimensional floating bodies in a current", *Ph.D. Thesis*, MIT, USA.
- [27] Kim, S., Sclavounos, P.D. (2001). "Fully coupled response simulations of theme offshore structures in water depths of up to 10,000 feet", *Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Ocean and Polar Engineering Conference*, Stavanger, Norway.
- [28] Kim, T., Kim, Y. (2015). "Study on prediction method for the springing-induced tension responses of TLP", *Proceedings of the 25<sup>th</sup> International Ocean and Polar Engineering Conference*, Kona, USA.
- [29] Lee, C.H. (1995). "WAMIT Theory Manual", MIT Report No. 95-2.

- [30] Lim, D.H., Kim, Y., Kim, T. (2015). "Prescreening of environmental conditions for prediction of severe operation condition of offshore structures", *Journal of Advanced Research in Ocean Engineering*, Vol. 1(4), pp. 252-267.
- [31] Low, Y.M. (2010). "Influence of the setdown of a tension leg platform on the extreme airgap response," *Applied Ocean Research*, Vol. 32, pp. 11-19.
- [32] Ma, K., Duggal, A., Smedley, P., L'Hostis, D., Shu, H. (2013). "A historical review on integrity issues of permanent mooring systems", *Proceedings of Offshore Technology Conference*, Houston, USA.
- [33] Miner, M.A. (1945). "Cumulative Damage in Fatigue", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 3, pp. 159-164.
- [34] Naess, A. (1986). "The statistical distribution of second-order slowly-varying forces and motions", *Applied Ocean Research*, Vol. 8(2), pp. 110-118.
- [35] Naess, A. (1989). "Prediction of extremes of combined first-order and slow-drift motions of offshore structures", *Applied Ocean Research*, Vol. 11(2), pp. 100-110.
- [36] Naess, A. (1990). "Statistical analysis of nonlinear, second-order forces and motions of offshore structures in short-crested random seas", *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 5(4), pp. 192-203.



- [37] Naess, A., Ness, G.M. (1992). "Second-order, sum-frequency response statistics of tethered platforms in random waves", *Applied Ocean Research*, Vol. 14, pp. 23-32.
- [38] Najafian, G. (2010). "Comparison of three different methods of moments for derivation of probability distribution parameters", *Applied Ocean Research*, Vol. 32(3), pp. 298-307.
- [39] Nam, B.W., Hong, S.Y., Kim, H.J. (2017). "A numerical study on slow-drift motion and wave-in-deck impact event of a tension leg platform in extreme waves," *Proceedings of the ASME 2017 36<sup>th</sup> International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, Trondheim, Norway.
- [40] Neal, E. (1974). "Second-order hydrodynamic forces due to stochastic excitation", *Proceedings of Symposium on Naval Hydrodynamics*, Cambridge, USA, pp. 517-537.
- [41] Newman, J.N. (1977). *Marine Hydrodynamics*, MIT Press.
- [42] Newman, J.N. (1985). "Algorithms for the free-surface Green function", *Journal of Engineering Mathematics*, Vol. 19, pp. 57-67.
- [43] Ochi, M.K. (1986). "Non-Gaussian random processes in ocean engineering", *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 1(1), pp. 28-39.
- [44] Ogilvie, T.F. (1983). "Second-order hydrodynamic effects on ocean platforms", *International Workshop on Ship and Platform Motions*, Berkeley, USA.

- [45] Pandey, M., Ariaratnam, S. (1996). "Crossing rate analysis of nonGaussian response of linear systems", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 122(6), pp. 507-511.
- [46] Sharma, N.J., Dean, R.G. (1981). "Second-order directional seas and associated wave forces," *Society of Petroleum Engineers Journal*, Vol. 21(1), pp. 129-140.
- [47] Sobczyk, K., Trebicki, J. (1990). "Maximum entropy principle in stochastic dynamics", *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 5(3), pp. 102-110.
- [48] Sweetman, B., Winterstein, S.R. (2003). "Non-Gaussian air gap response models for floating structures," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 129(3), pp. 302-309.
- [49] Toffoli, A., Onorato, M., Monbaliu, J. (2006). "Wave statistics in unimodal and bimodal seas from a second-order model," *European Journal Mechanics B/Fluids*, Vol. 25, pp. 649-661.
- [50] Torhaug, R., Winterstein, S.R., Braathen, A. (1998). "Nonlinear ship loads: stochastic models for extreme response", *Journal of Ship Research*, Vol. 42(1), pp. 46-55.
- [51] Tovo, R. (2002). "Cycle distribution and fatigue damage under broadband random loading", *International Journal of Fatigue*, Vol. 24, pp. 1137-1147.

- [52] Tromans, P.S., Anaturk, A.R., Hagemeyer, P. (1991). “A new model for the kinematics of large ocean waves – application as a design wave”, *Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Ocean and Polar Engineering Conference*, Edinburgh, UK.
- [53] Winterstein, S.R. (1984). “Diffusion models and the energy fluctuation scale: A unified approach to extremes and fatigue”, *Ph.D. Thesis*, MIT, USA.
- [54] Winterstein, S.R. (1988). “Nonlinear vibration models for extremes and fatigue”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 114(10), pp. 1772-1790.
- [55] Winterstein, S.R., MacKenzie, C.A. (2013). “Extremes of nonlinear vibration: comparing models based on moments, L-moments, and maximum entropy”, *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Vol. 135(2), 021602(1-7).
- [56] Winterstein, S.R., Ude, T.C., Kleiven, G. (1994). “Springing and slow-drift responses: predicted extremes and fatigue vs. simulation”, *BOSS-94 7<sup>th</sup> International Conference on the Behaviour of Offshore Structures*, Cambridge, USA. Vol. 3(1), pp. 1-15.
- [57] Yang, L., Gurley, K.R., Prevatt, D.O. (2013). “Probabilistic modeling of wind pressure on low-rise buildings,” *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*, Vol. 114, pp. 18-26.

## **Abstract**

# **Study on Statistical Analysis and Design Wave Method for Second-Order Hydrodynamic Responses of Floating Offshore Structures**

Dong-Hyun Lim

Department of Naval Architecture & Ocean Engineering

College of Engineering

Seoul National University

In this study, the statistical characteristics of nonlinear hydrodynamic responses are investigated, and an improved design load estimation procedure is proposed. For this purpose, the statistical analysis for the hydrodynamic quantities modelled by the second-order potential flow theory is performed first. The slow-drift motion of a platform, the springing response of a TLP (tension leg platform), and the nonlinear wave elevation around a platform, which are representative second-order hydrodynamic problems of a floating offshore structure, can all be approximated by the second-order potential flow theory, and represented as a second-order Volterra series in ideal cases. In this study, the above three hydrodynamic responses are idealized into Volterra series, and statistical properties are analyzed by applying the eigenvalue analysis and the Hermite-moment method.

Secondly, a new design wave method is developed to efficiently estimate the extreme value of the slow-drift motion of the platform which has a great effect on the extreme tension of the mooring lines. The slow-drift motion is

affected by various sources of nonlinearity such as the wave-drift damping, viscous drag forces, and the nonlinear restoring force by mooring system. Therefore, a platform-mooring line coupled analysis in time-domain is inevitable to take into account these nonlinear forces. However, due to the long natural period of the slow-drift motion, the simulation time should be very long to obtain the converged statistical distribution. To improve efficiency in the extreme value prediction, the design wave analysis concept, which is generally limited to first-order hydrodynamic problems, is extended to the second-order problem. In particular, the Most-likely extreme response concept is adopted, and the average profile around an extreme peak of the second-order Volterra series is derived. The results are compared to the full-length time-domain simulations to verify the accuracy.

Finally, a design analysis procedure is proposed for estimating the extreme horizontal offset of the platform and the extreme tension of mooring lines under many simulation conditions. The proposed procedure consists of following three stages: Prescreening of simulation conditions through decoupled frequency-domain analysis, design wave analysis for screened conditions, and the full-length time-domain simulation. In order to examine the effectiveness of the procedure, the design load of the mooring line is calculated by applying the procedure to the semi-submersible platform model based on the metocean data of the Walker Ridge area of Gulf of Mexico.

**Keywords:** Hydrodynamic analysis for floating offshore structures, Platform-mooring line coupled analysis, Statistical analysis for the nonlinear hydrodynamic responses, Design wave analysis, Design analysis procedure

**Student Number:** 2012-21068